FUNCIÓN DE PROBABILIDAD CONJUNTA: f(x,y)

Propiedades:

f(x, y) $\geq$ 0 La función densidad de probabilidad conjunta para valores de X y Y es siempre no negativa y además:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\, dydx = 1$$ Si X y Y son continuas

(El volumen total bajo la superficie f(x,y) es igual a 1)

FUNCIÓN ACUMULATIVA CONJUNTA

$$F_{ac}(x,y) = P(X \leq x_{ac}, Y = y_{ac}) = \int_{-\infty}^{x_{ac}}\int_{-\infty}^{y_{ac}} f(x,y)\, dydx$$

Si X pertenece al intervalo [a,b] y Y pertenece al intervalo [c,d] :

FUNCIONES MARGINALES

$$f(x) = \int_{c}^{d} f(x,y)\, dy$$

Función marginal de X, la integración se hace con respecto a Y para todo su intervalo de definición [c, d]. El resultado es una función sólo de X

$$f(y) = \int_{a}^{b} f(x,y)\, dx$$

Función marginal de Y, la integración se hace con respecto a X para todo su intervalo de definición [a, b]. El resultado es una función sólo de Y

FUNCIONES CONDICIONALES

$$f(x \mid y) = \frac{f(x,y)}{f(y)}, \quad f(y) > 0,$$

$$f(y \mid x) = \frac{f(x,y)}{f(x)}, \quad f(x) > 0$$

Ejemplo: Si queremos conocer P(u ≤ X ≤ v | Y = w) integramos la función condicional f(x|y) con respecto a X para los límites u y v; y evaluamos luego para Y = w.

Covarianza de dos VA X y Y:

Definición de Covarianza:

$$Cov\{X,Y\}=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}$$

La covarianza de de X y Y también se suele denotar con: σ_{XY}

Con un poco de álgebra se encuentra que:

$$Cov\{X,Y\}=E\{XY\}-E\{X\}E\{Y\}$$

Donde:

$$E\{x,y\}=\int_a^b\int_c^d \mathrm{xyf}(x,y)\,dydx \quad \text{Si X y Y son continuas}$$

Interpretación de la covarianza

Si Cov{X,Y}=0, entonces las VA X y Y son estadísticamente independientes.

Si $\sigma_{XY}>0$	Hay dependencia directa (positiva), es decir, a valores grandes de X corresponden valores grandes de Y.
Si $\sigma_{XY}=0$	No hay una **relación lineal** entre las dos variables.
Si $\sigma_{XY}<0$	Hay dependencia inversa, es decir, a valores grandes de X corresponden valores pequeños de Y.

Propiedades de la covarianza:
Se sugiere consultar: http://es.wikipedia.org/wiki/Covarianza

Nota: (tomada también de: http://es.wikipedia.org/wiki/Covarianza)
El estimador insesgado de la covarianza de dos variables aleatorias es:

$$s_{xy}=\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$$

Coeficiente de correlación:

$$\rho = \frac{\sigma_{\mathbf{xy}}}{\sigma_{\mathbf{x}}\sigma_{\mathbf{y}}}$$

Si ρ = 0, no hay correlación entre X y Y.

Si ρ = 1, la correlación es perfecta, hay una alta probabilidad de que valores grandes de X se encuentren asociados a valores grandes de Y.

Si ρ = -1, la correlación es perfecta, hay una alta probabilidad de que valores grandes de X se encuentren asociados a valores pequeños de Y o viceversa.

CURVA DE REGRESIÓN

La curva de regresión se define como la esperanza matemática de la variable Y dado en un valor de la Variable X:

$$E\{Y \mid X\} = \int_{c}^{d} y f(y|x)\, dy$$

(En otras palabras se busca la media de la distribución Y, dada X, el resultado será una función de X)

Donde f(y|x) es la función densidad de probabilidad condicional de Y dada X, en el intervalo de definición de la VA Y.