



## PRÁCTICA DE POLINOMIOS.

### INSTRUCTIVO DE POLINOMIOS

#### OBJETIVO:

El profesor utilizará el material didáctico para reforzar los diferentes conceptos del tema de polinomios, además de interactuar con los alumnos por medio de preguntas y respuestas para estudiar polinomios, sus raíces y sus gráficas.

Los polinomios que se estudian en esta práctica son:

1.  $P(x) = x^6 - 3x^5 - 2x^4 + 14x^3 - 12x^2 - 8x + 16$

Sus características son:

Polinomio mónico

Grado 6

$$a_n = 1$$

Dos raíces positivas

Dos raíces negativas y dos raíces complejas conjugadas.

2.  $p(x) = 2x^5 - 4x^4 - 12x^3 + 8x^2 + 26x + 12$

Sus características son:

$$a_n \neq 1$$

Grado 5

Dos raíces positivas.

Tres raíces negativas.

Este polinomio tiene una repetición impar en una raíz.

3.  $p(x) = x^6 + x^5 - 5x^4 - x^3 + 8x^2 - 4x$

Sus características son:

Polinomio mónico

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García

Ing. Ricardo Martínez Gómez

Ing. Rosalba Rodríguez Chávez



$$a_n = 1$$

Grado 6

Tres raíces positivas repetidas


Dos raíces negativas repetidas

Una raíz nula

En cada uno de los tres ejercicios presentados, es posible tratar el concepto de cotas de las raíces de un polinomio.

### PROCEDIMIENTO DEL USO DEL PROGRAMA.

Iniciar abriendo el ícono de polinomios que se encuentra en los archivos.

Este ícono es el siguiente:  el cual contiene vínculos a distintos programas como:

- Un archivo que contiene la teoría referente a los polinomios en Acrobat Reader.
- Teoremas que se encuentran enunciados en el libro Álgebra I.
- Aplicaciones de los polinomios.
- Finalmente la práctica de polinomios. Ésta se abrirá en Excel ( Hoja electrónica de cálculo ).

**Para el uso de esta práctica se requiere:**

### REQUERIMIENTOS DE SOFTWARE.

EXCEL 2000 o posteriores.

Para trabajar con EXCEL 2000 se requiere como mínimo contar con los siguientes elementos:

### REQUERIMIENTOS DE HARDWARE.

Una PC con:

Procesador 80486, Pentium, en adelante.

Monitor SVGA, UVGA.

20 MB de espacio en disco duro (para instalación mínima).

8 MB de memoria RAM.

Una unidad de CD-ROM

Mouse y teclado de preferencia.

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García

Ing. Ricardo Martínez Gómez

Ing. Rosalba Rodríguez Chávez



## REQUERIMIENTOS DE SOFTWARE

Windows 2000

MANEJO DE EXCEL.

ACCESO A EXCEL.

ADEMÁS SE REQUIERE QUE SE TENGA INSTALADO MAPLE 9.5 o posteriores para visualizar la resolución de raíces de un polinomio, etc.

### COMIENZO DE LA PRÁCTICA:

El **objetivo** es ilustrar, analizar y comparar cada uno de los tres polinomios planteados, a fin de que el alumno refuerce algunos de los conceptos más importantes del tema.

Dentro de los conceptos tratados se pueden citar, entre otros, los siguientes:

- Regla de los signos de Descartes.
- Tabla de las posibles raíces racionales.
- Prueba de las raíces reales imaginarias.
- Cotas de raíces reales.
- Gráfica de un polinomio.

Así como una liga con el programa Maple 9.5, con el cual se pueden determinar las raíces, los factores y la gráfica de los polinomios considerados.

Se tiene la ventaja de poder comparar los datos proporcionados por el profesor con los datos proporcionados por la práctica.

Es **IMPORTANTE** que el profesor no introduzca ningún coeficiente a menos que se dé alguna instrucción para ello. Se deberán leer las notas para un mejor rendimiento de la práctica. Los botones que se encuentran en la pantalla contienen acciones que no se deben pasar por alto.

La pantalla que se muestra es la que aparecerá en su práctica.

**1.-** En esta parte el profesor verá la siguiente pantalla:

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García

Ing. Ricardo Martínez Gómez

Ing. Rosalba Rodríguez Chávez



**Objetivo:**

**Polinomios**

Elige el ejercicio en el botón desplegable

Polinomio 3

Teoría?

$p(x) = 1x^6 + 1x^5 - 5x^4 - 1x^3 + \text{b)} x^2 - 4x + \text{a)}$

Signo + + - - + -

Escribe el número de cambios de signo

Nota:

Para determinar el número de posibles raíces negativas, contamos el número de cambios de signo en

$p(-x) = 1x^6 - 1x^5 - 5x^4 + 1x^3 + 8x^2 + 4x + 0$

Signo + - - + + + +

El número de cambios de signo en  $p(-x)$  es: c)

Compara tu resultado con la respuesta correcta.

d)

e)

Figura 1. Selección del polinomio y su determinación de cambios de signo

A continuación se hace una breve descripción de cada uno de los vínculos:

- Al seleccionar el ícono de interrogación se ejecutará una presentación como página web, que contiene la presentación de la teoría relacionada con los conceptos más relevantes sobre los polinomios y su historia.
- Deberá seleccionar el botón desplegable para elegir el polinomio y sus coeficientes asociados.
- En el cuadro asociado a la instrucción “Escribe los números de cambios de signo”, usted puede llenar dicho cuadro, de acuerdo con la regla de los signos de Descartes.
- Al presionar el botón llamado “Compara tu resultado con la respuesta correcta” se pueden comparar los resultados del cuadro *amarillo* que escribió el profesor con el cuadro *rojo* que es la respuesta del sistema.
- Al presionar el botón flecha le llevará a otra pantalla, donde usted podrá observar los cambios de signos.
- Si se posiciona sobre los cuadros aparecerá una nota de ayuda que le facilitará su navegación por el programa.

No debe modificar los datos que no se indiquen en este instructivo.

A continuación se describe la forma en que opera la pantalla de cambios de signo por medio de la regla de los signos de Descartes.

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García  
Ing. Ricardo Martínez Gómez  
Ing. Rosalba Rodríguez Chávez

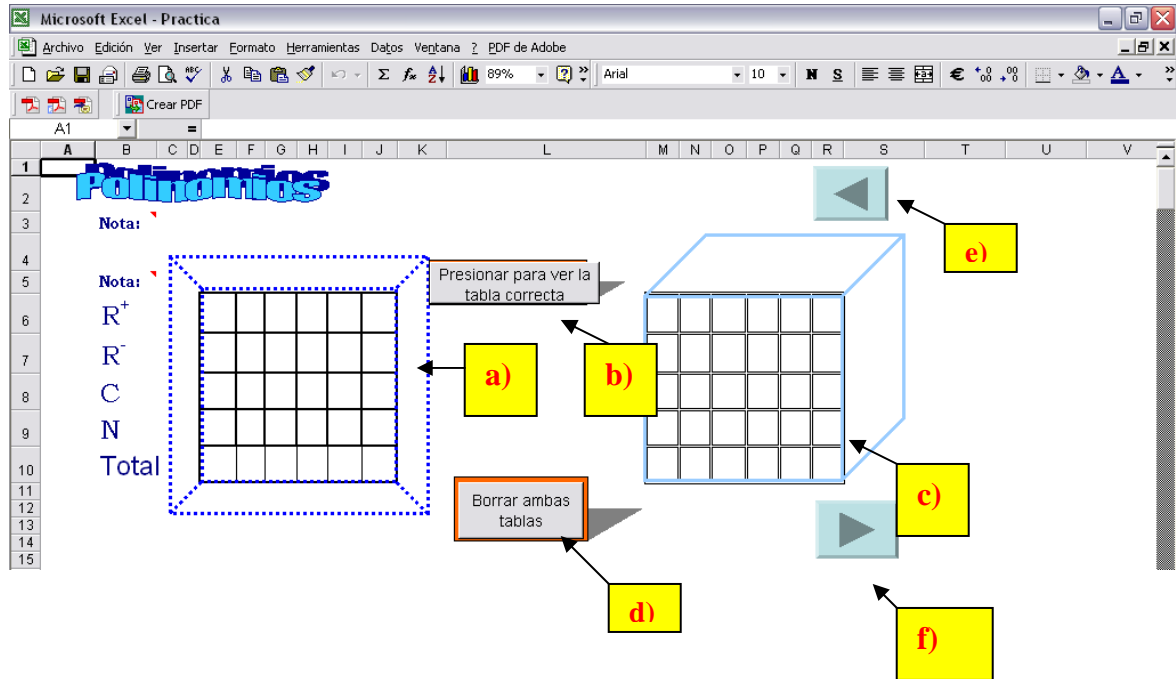


Figura 2. Selección del polinomio y sus cambios de signo.

En esta pantalla se podrá llenar la tabla de acuerdo con el criterio de la Regla de los signos de Descartes.

Es conveniente que antes de presionar el botón “Presionar para ver la tabla correcta” el profesor analice junto con sus alumnos las posibles raíces reales (positivas y negativas), así como las complejas y las nulas de manera que la clase sea enriquecedora y se logre un aprendizaje significativo en los alumnos. Se pueden comparar los números de la tabla Tabla 1 con los de la Tabla 2.

- Tabla 1. Se podría ir llenando junto con los alumnos de acuerdo con la Regla de los signos de Descartes.
- Botón “Presionar para ver la tabla correcta”, este ícono indica el número de cambios de signo proporcionado por el sistema, usted puede realizar la comparación de ambas tablas.
- Tabla 2. Esta tabla no puede ser modificada puesto que es la tabla correcta con la cual usted compara la que llenó junto con sus alumnos.
- Botón “Borrar ambas tablas”, este botón indica que usted puede borrar los contenidos de ambas tablas.
- Botón regresar. Este botón lo regresará a la pantalla que se describió en la Figura 1. **“Elección de polinomios y su cambio de signo”.**
- Botón avanzar. Este botón lo llevará a la siguiente figura, la cual se describe a continuación.

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García  
Ing. Ricardo Martínez Gómez  
Ing. Rosalba Rodríguez Chávez

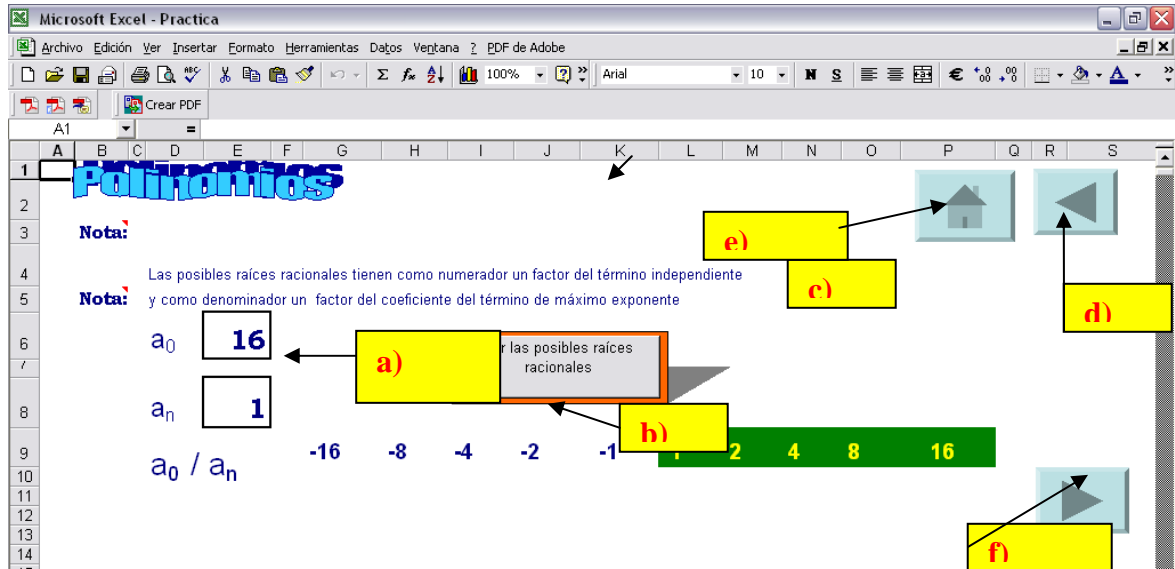


Figura 3. Elección de las posibles raíces racionales.

- a) y b) En estos cuadros el profesor, junto con sus alumnos, puede escribir el valor de  $a_0$  y  $a_n$ , el sistema verificará el resultado cuando se presione el botón c) “Ver las posibles raíces racionales”, así como el sistema escribirá en los cuadros de abajo las posibles raíces racionales.
- d) Botón regresar. Este botón le regresa a la Figura 2 descrita anteriormente.
- e) Botón Home. Este botón le regresa a la pantalla inicial de este programa.
- f) Botón avanzar. Este botón lo llevará a la siguiente figura que se describe a continuación.

En la figura se pueden observar las posibles raíces racionales de cada polinomio.

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García  
Ing. Ricardo Martínez Gómez  
Ing. Rosalba Rodríguez Chávez

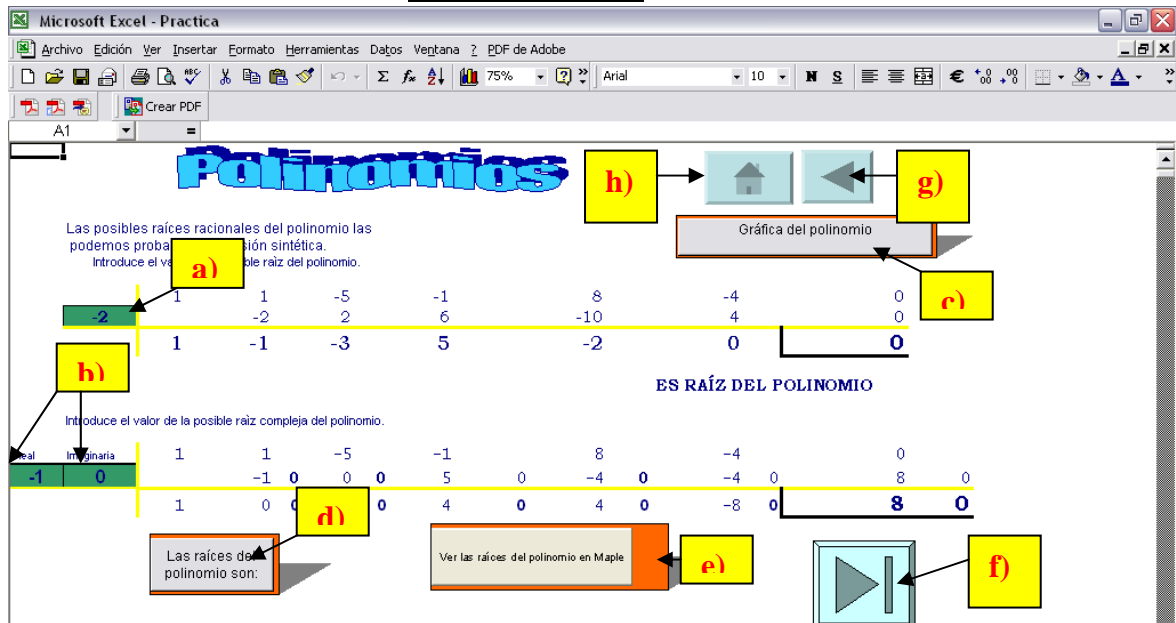


Figura 4. Elección de las posibles raíces racionales.

La Figura 4. se describe a continuación:

- El profesor debe introducir en el cuadro verde la raíz o posible raíz, de manera que se pueda estudiar las cotas superiores e inferiores, así como el residuo asociado. Únicamente se pueden escribir raíces enteras.
- El profesor puede introducir en los cuadros verdes la parte real y la parte imaginaria, de las raíces complejas que va a estudiar. Nota: Si en estos cuadros le aparecen los símbolos ##### no se alarme, significa que el número es demasiado grande y no se puede desplegar en la celda.
- El botón “Gráfica del polinomio” lo conducirá a la pantalla que se describe en la figura 5.
- El botón “Las raíces del polinomio son” le muestra en un cuadro de diálogo las raíces programadas en el sistema, las cuáles los alumnos deben haber calculado previamente para poderlas comparar.
- Botón “Ver las raíces del polinomio en Maple versión 9.5”. Este botón abrirá un archivo adjunto el cual se describe en la Figura 6. Nota: Se debe tener instalado el programa Maple 9.5, si no se tiene no se podrá visualizar absolutamente nada.
- Botón finalizar. Este botón muestra los créditos de este programa.
- Botón regresar. Este botón lo regresa a la pantalla donde se estudiaron las posibles raíces racionales.
- El botón Home, lo regresa a la pantalla inicial para estudiar otro polinomio de los tres que se tienen programados.

Recomendaciones:

“Probar raíces” el profesor puede obtener un cuadro de texto el cual invita a introducir la raíz si ya la conoce o ir probando si así se desea, de manera que se puedan estudiar las cotas inferiores y superiores que se detectan en el tercer renglón de la división sintética ,

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García  
Ing. Ricardo Martínez Gómez  
Ing. Rosalba Rodríguez Chávez



así como el residuo de la misma división sintética.

Es aconsejable que aunque ya conozca la raíz, usted proporcione valores aproximados para el estudio de las cotas inferiores y superiores. Asimismo puede presionar el botón “Gráfica del polinomio” para el análisis de la raíz o el intervalo donde se encuentra.

A continuación se muestra la pantalla de la gráfica del polinomio estudiado.

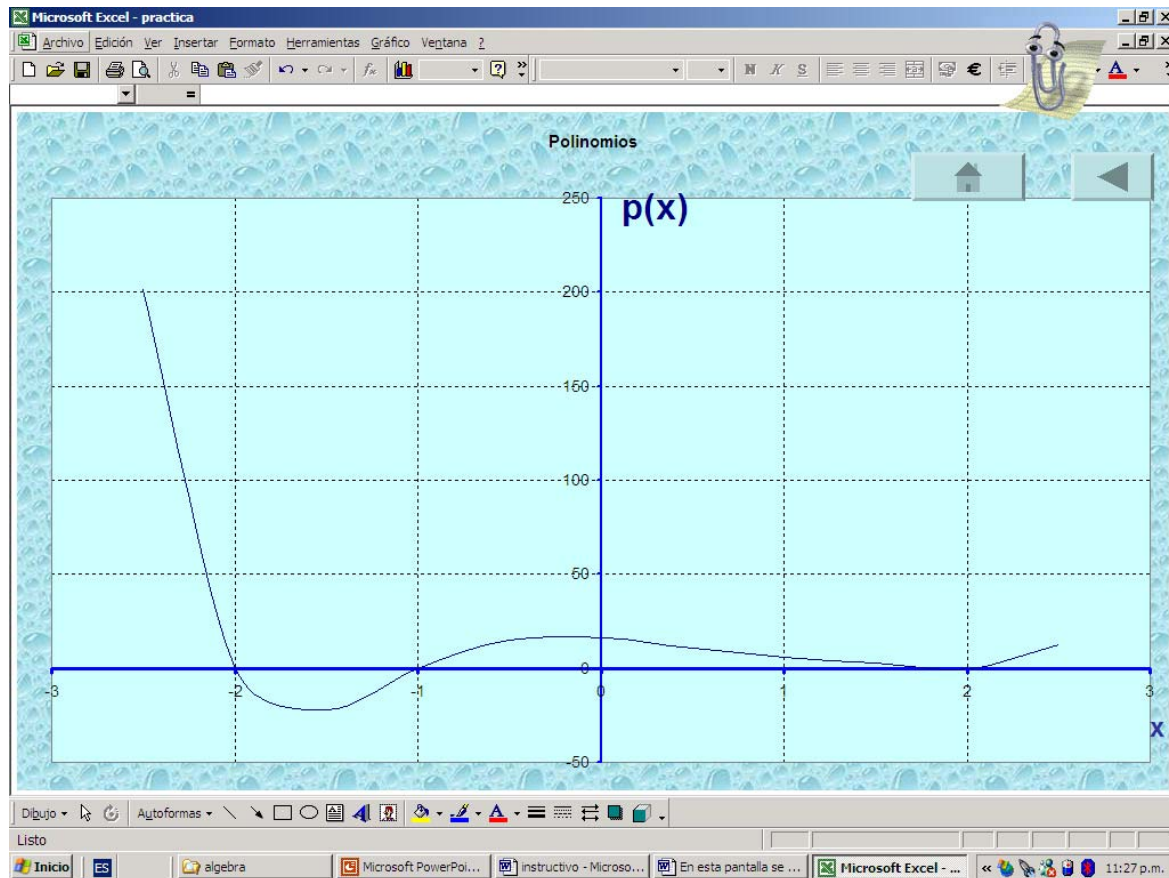


Figura 5. **Gráfica del polinomio en estudio.**

En esta figura se muestran los puntos de corte del polinomio sobre el eje real o los puntos de tangencia los cuales indican la ubicación de las raíces.

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García  
Ing. Ricardo Martínez Gómez  
Ing. Rosalba Rodríguez Chávez





Al presionar el botón “Ver raíces del polinomio en Maple” se podrá acceder al menú de opciones que se muestra en la siguiente pantalla.

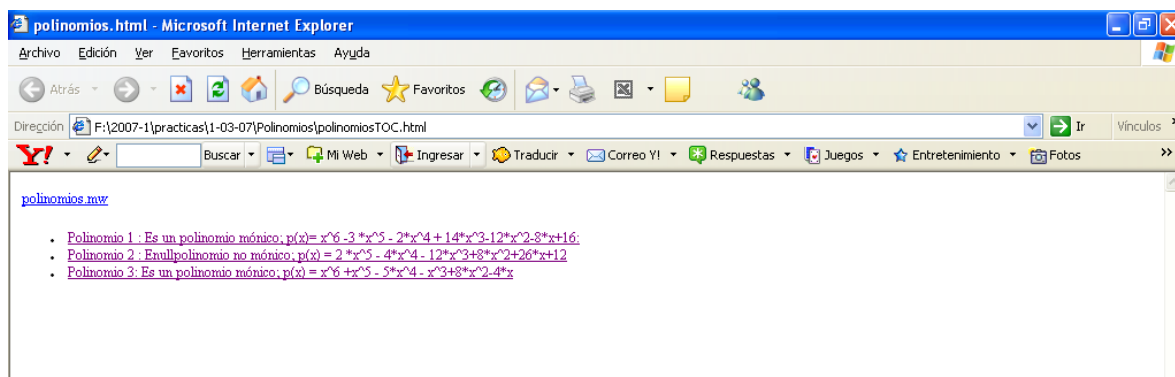


Figura 6. **Menú de opciones de la práctica de polinomios.**

Al elegir cualquiera de los vínculos asociados al estudio de los tres polinomios propuestos se mostrarán el contenido programado en Maple donde se podrán visualizar el polinomio, las raíces del polinomio, su factorización y gráfica como se muestran en la figura 8.

Si usted cuenta con el paquete Maple 9.5 o versiones posteriores donde puede realizar lo siguiente para poder trabajar con la práctica:

- 1.- Explorar el cd-Rom
- 2.- Abrir la carpeta Polinomios\_Maple.
- 3.- Abrir el archivo polinomios.

En la siguiente pantalla se muestran los polinomios estudiados, pero ahora con apoyo de Maple 9.5.

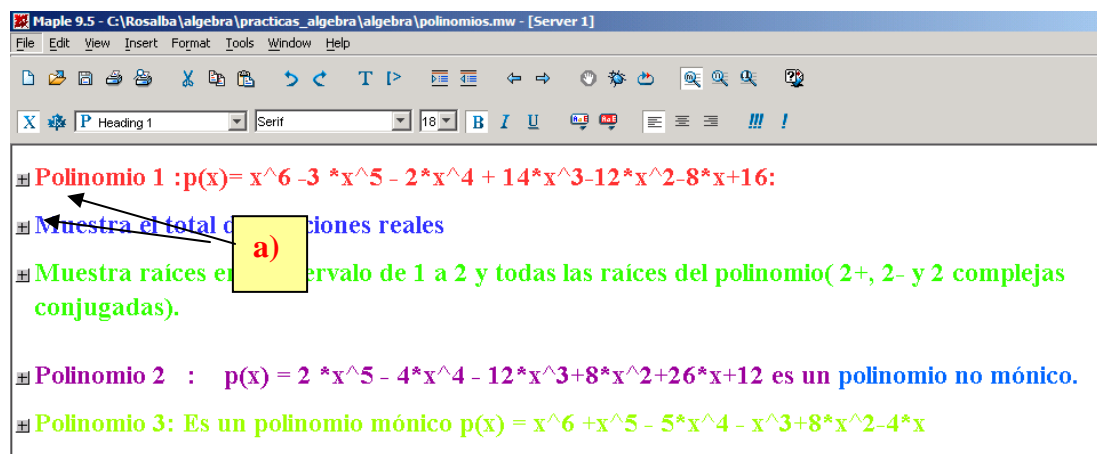


Figura 7. **Práctica en Maple de los polinomios estudiados.**

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García  
Ing. Ricardo Martínez Gómez  
Ing. Rosalba Rodríguez Chávez



La figura 7 ilustra cómo fueron programados los tres polinomios de estudio en Maple, mostrándose:

- 1) intervalos donde puede estar una raíz.
- 2) total de raíces reales.

Al oprimir los botones que se muestran en el inciso a), se desplegarán las raíces de cada polinomio y su gráfica.

La siguiente figura muestra el total de raíces complejas y reales así como la gráfica del polinomio.

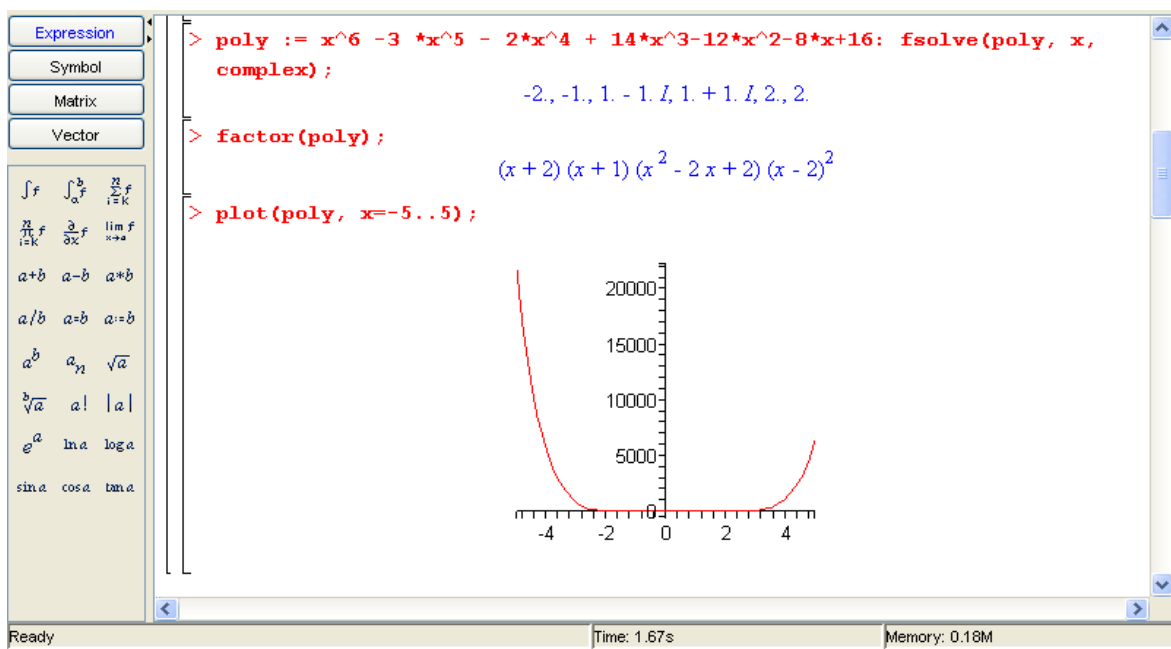


Figura 8. **Gráfica en Maple de los polinomios estudiados.**

Si usted conoce programación en el paquete Maple, únicamente cambie el polinomio y seguido de punto y coma posteriormente presione la tecla enter (Intro) en cada instrucción para poder desplegar las raíces y su gráfica.

Realizó:

Ing. Francisco Barrera García  
Ing. Ricardo Martínez Gómez  
Ing. Rosalba Rodríguez Chávez