



SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

Definición

El sistema de coordenadas cartesianas en el plano está constituido por dos rectas perpendiculares que se intersecan en un punto “O” al que se le llama “el origen”. Una de las rectas se acostumbra representarla en posición horizontal y se le da el nombre de eje X o eje de las abscisas; a la otra recta, vertical, se le denomina eje Y o eje de las ordenadas, y ambas constituyen los dos ejes de coordenadas rectangulares, los cuales dividen al plano en cuatro partes llamadas cuadrantes.

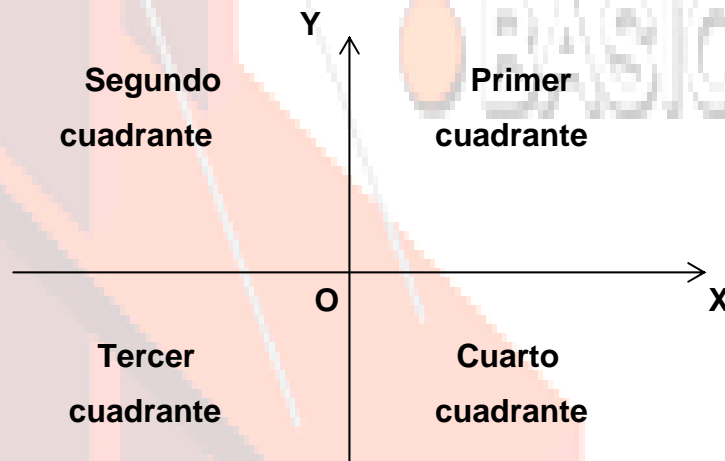


Figura 1. El plano cartesiano

El nombre de “cartesiano” es en honor del filósofo francés René Descartes (1596-1650) ya que fue él quien planteó de manera formal la idea de resolver problemas geométricos por medio del álgebra, a partir de un sistema de coordenadas rectangulares.



En este sistema de coordenadas, la posición de un punto P en el plano queda determinada mediante una pareja de números reales (x, y) de los cuales el primero, x , representa la distancia del punto P al eje coordenado Y , en tanto que el segundo, y , representa la distancia del punto P al eje X . Esto se representa en la forma:

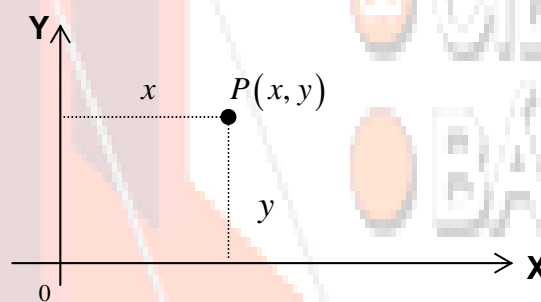


Figura 2. Posición de un punto en el plano

La distancia de un punto al eje Y se le llama abscisa del punto, la distancia de un punto al eje X se le llama ordenada del punto.

Las abscisas (valores de x) son positivas en el primero y en el cuarto cuadrante, en tanto que son negativas en el segundo y en el tercer cuadrante.

Las ordenadas (valores de y) son positivas en el primero y en el segundo cuadrante, en tanto que son negativas en el tercero y en el cuarto cuadrante.

Las abscisas son nulas ($x=0$) para todos los puntos contenidos en el eje Y .

Las ordenadas son nulas ($y=0$) para todos los puntos contenidos en el eje X .

Para representar puntos de coordenadas conocidas se trazan los ejes de coordenadas y se establece una escala adecuada sobre cada uno de ellos. Dichas escalas pueden ser iguales o distintas.



SIMETRÍA DE PUNTOS

Simetría de dos puntos respecto a otro punto

Dos puntos A y B son simétricos respecto a un punto M si éste es el punto medio del segmento de recta que une al punto A con el punto B.

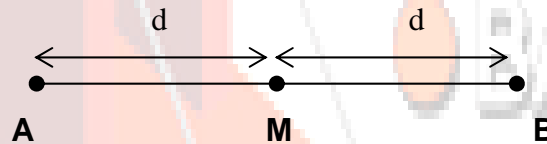


Figura 1. Simetría de dos puntos respecto a otro punto

Los puntos A y B son simétricos respecto al punto M. El punto M recibe el nombre de punto de simetría.

La distancia del punto A al punto M es igual a la distancia del punto M al punto B. Esto es:

$$d(A,M) = d(M,B)$$



Simetría de dos puntos respecto al origen

Dado un punto $A(x,y)$, su simétrico respecto al origen es el punto $B(-x,-y)$. Esto es, para determinar las coordenadas del punto simétrico respecto al origen es suficiente con cambiar los signos de las coordenadas del punto A.

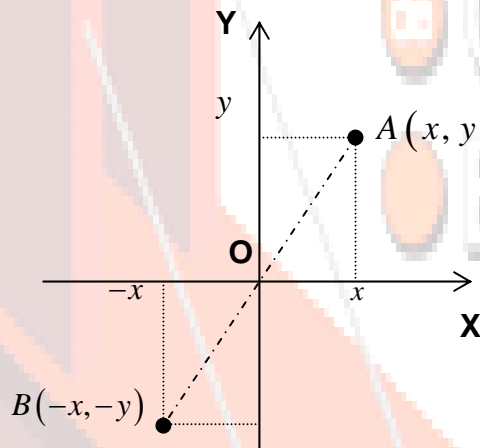


Figura 2. Simetría de dos puntos respecto al origen

Ejemplo.- Determinar las coordenadas del punto B, simétrico del punto A(4,-3) respecto al origen.

Respuesta:

Las coordenadas del punto B son: B(-4,3).

Simetría de dos puntos respecto a otro punto

Dado un punto $A(x_a, y_a)$, su simétrico respecto al punto $M(x_m, y_m)$ es el punto $B(x_m + (x_m - x_a), y_m + (y_m - y_a))$.

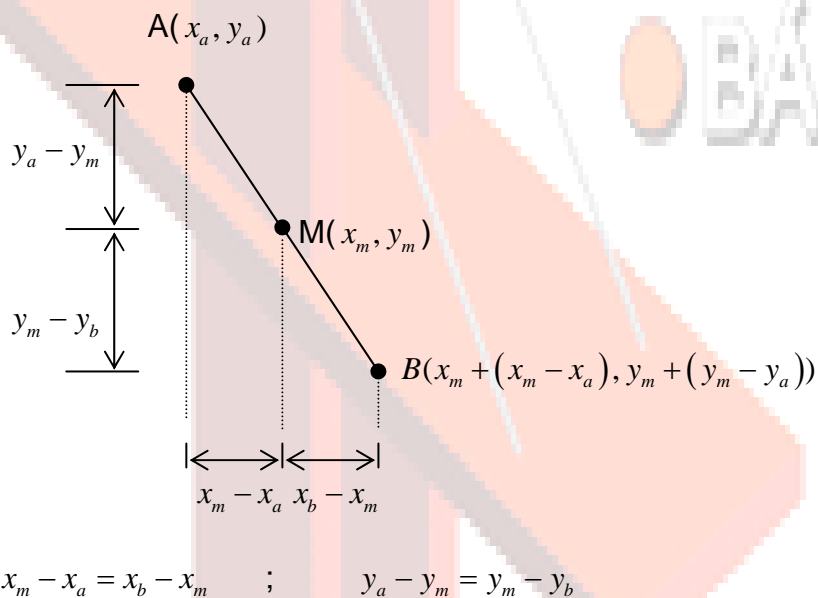


Figura 3. Simetría de dos puntos respecto a otro punto

Ejemplo.- Determinar las coordenadas del punto B, simétrico del punto A(4,-3) respecto al punto M(0,1).

Resolución.

$$B(0 + (0 - 4), 1 + (1 - (-3))) = B(-4, 5)$$



Simetría de dos puntos respecto a una recta

Dos puntos A y B son simétricos respecto a una recta L si ésta es mediatriz del segmento de recta que une al punto A con el punto B.

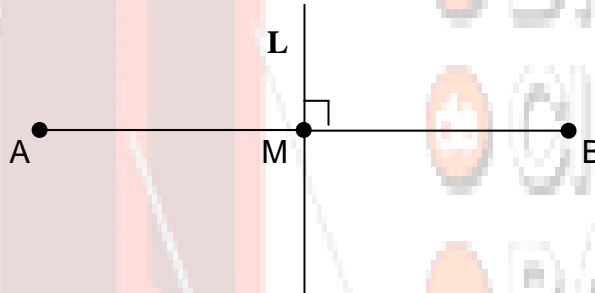


Figura 4. Simetría de dos puntos respecto a una recta

Los puntos A y B son simétricos respecto a la recta L. La recta L recibe el nombre de recta de simetría.

Los puntos A y B son equidistantes de la recta L, por lo que:

$$d(A,M) = d(M,B)$$

La recta L es mediatriz del segmento de recta que une a los puntos A y B. Por lo que:

a) La recta L interseca perpendicularmente al segmento de recta que une al punto A con el punto B.

b) La distancia del punto A al punto M es igual a la distancia del punto M al punto B. Esto es:

$$d(A,M) = d(M,B)$$



Simetría de dos puntos respecto al eje de las abscisas

Dado un punto cualquiera $A(x_a, y_a)$, su simétrico respecto al eje de las abscisas es el punto $B(x_a, -y_a)$. Entonces, las abscisas de los puntos A y B son iguales, en tanto que para obtener la ordenada del punto B es suficiente con cambiar el signo de la ordenada del punto A.

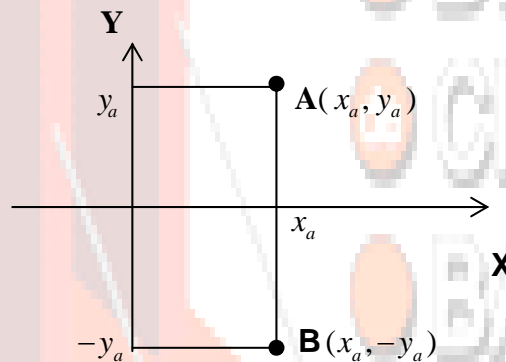


Figura 5. Simetría de dos puntos respecto al eje de las abscisas

Ejemplo.- Determinar las coordenadas del punto B, simétrico del punto A(4,-3) respecto al eje de las abscisas.

Respuesta:

$$B(4,3)$$



Simetría de dos puntos con respecto al eje de las ordenadas

Dado un punto cualquiera $A(x_a, y_a)$, su simétrico respecto al eje de las ordenadas es el punto $B(-x_a, y_a)$. Entonces, las ordenadas de los puntos A y B son iguales, en tanto que para obtener la abscisa del punto B es suficiente con cambiar el signo de la abscisa del punto A.

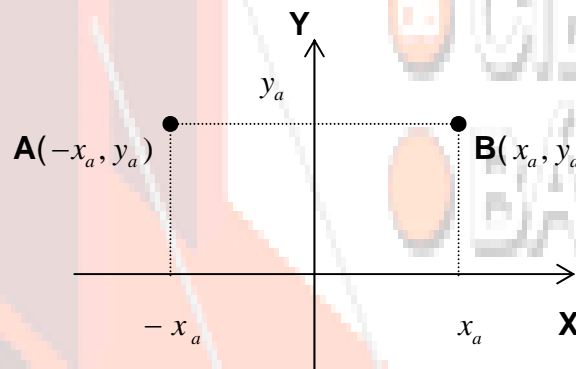


Figura 6. Simetría de dos puntos respecto al eje de las ordenadas

Ejemplo.- Determinar las coordenadas del punto B, simétrico del punto A(8,-4) respecto al eje de las ordenadas.

Respuesta:

$$B(-8, -4)$$