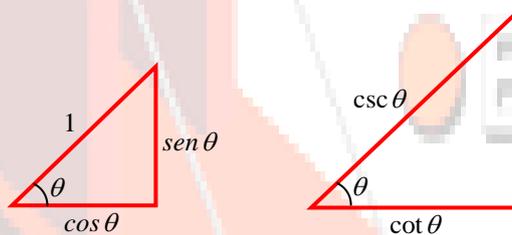




## RELACIONES ENTRE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Existen relaciones entre las funciones trigonométricas  $\text{sen}(\theta)$  y  $\text{csc}(\theta)$ ,  $\text{cos}(\theta)$  y  $\text{sec}(\theta)$ , y  $\text{tan}(\theta)$  y  $\text{cot}(\theta)$ . Para obtener dichas relaciones entre las funciones trigonométricas se utilizarán triángulos semejantes y más adelante se dará un ejemplo.

Empleando los siguientes triángulos semejantes



y utilizando la relación que existe entre los lados de dichos triángulos, se tiene

$$\frac{\text{sen } \theta}{1} = \frac{1}{\text{csc } \theta}$$

despejando de la expresión anterior el  $\text{sen } \theta$ , se obtiene:

$$\text{sen } \theta = \frac{1}{\text{csc } \theta}$$

Utilizando los siguientes triángulos semejantes





y empleando la relación que existe entre los lados de dichos triángulos, se tiene

$$\frac{\cos \theta}{1} = \frac{1}{\sec \theta}$$

por lo que, al despejar el  $\cos \theta$ , se obtiene:

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$$

Considerando enseguida los siguientes triángulos semejantes



y empleando la relación que existe entre los lados de dichos triángulos, se tiene

$$\frac{\tan \theta}{1} = \frac{1}{\cot \theta}$$

por lo que, al despejar  $\tan \theta$  se obtiene:

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

De los siguientes triángulos semejantes



se tiene que

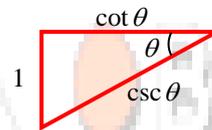
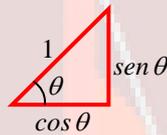


$$\frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} = \frac{\tan \theta}{1}$$

por lo que

$$\tan \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta}$$

Y de los triángulos semejantes que a continuación se muestran



se tiene que

$$\frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta} = \frac{\cot \theta}{1}$$

por lo que

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta}$$

**Ejemplo:** Si  $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$  y  $\tan \theta = \frac{2}{3}$ , las cuatro funciones restantes se pueden obtener de la siguiente manera.

De la expresión

$$\tan \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta}$$

se despeja el  $\text{sen } \theta$ , obteniendo que



$$\operatorname{sen} \theta = \tan \theta \cos \theta$$

y sustituyendo valores se obtiene

$$\operatorname{sen} \theta = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

De la expresión

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

despejando  $\cot \theta$ , se tiene que

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

y sustituyendo valores se obtiene

$$\cot \theta = \frac{1}{\frac{2}{3}}$$

$$\cot \theta = \frac{3}{2}$$

De la expresión

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$$

se despeja  $\sec \theta$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

y sustituyendo valores se obtiene





$$\sec \theta = \frac{1}{\frac{3}{\sqrt{13}}}$$

$$\sec \theta = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

De la expresión

al despejar  $\csc \theta$

$$\frac{\sec \theta}{\csc \theta} = \frac{1}{\csc \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sec \theta}$$

y sustituyendo valores se obtiene

$$\csc \theta = \frac{1}{\frac{\sqrt{13}}{3}}$$

$$\csc \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

DIVISIÓN  
CIENCIAS  
BÁSICAS