



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS POR COCIENTE

Las identidades trigonométricas por cociente que se utilizan en la resolución de problemas de trigonometría son:

$$1) \tan \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta}$$

$$2) \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta}$$

$$3) \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$4) \csc \theta = \frac{1}{\text{sen } \theta}$$

Ejemplo 1: Demostrar que $\cos \theta \tan \theta = \text{sen } \theta$

Resolución

Al sustituir la identidad trigonométrica por cociente (1) se tiene que

$$\begin{aligned} \cos \theta \tan \theta &= \cos \theta \left(\frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} \right) \\ &= \frac{\cos \theta \text{sen } \theta}{\cos \theta} \\ &= \text{sen } \theta \end{aligned}$$

Por tanto $\cos \theta \tan \theta = \text{sen } \theta$

Ejemplo 2: Demostrar que $\tan \theta \cot \theta = 1$

Resolución

Al sustituir las identidades trigonométricas por cociente (1) y (2) se tiene que

$$\begin{aligned} \tan \theta \cot \theta &= \left(\frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} \right) \left(\frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta} \right) \\ &= \frac{\text{sen } \theta \cos \theta}{\cos \theta \text{sen } \theta} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Por tanto $\tan \theta \cot \theta = 1$



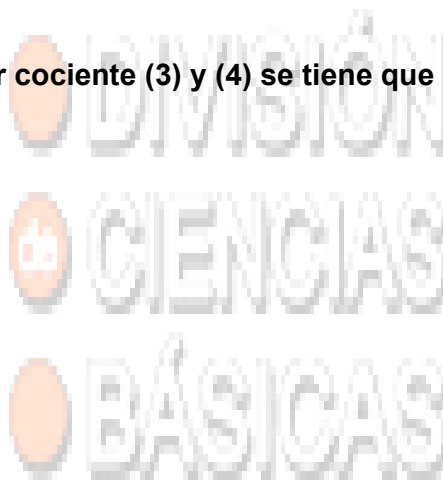
Ejemplo 3: Demostrar que $\frac{\csc \theta}{\sec \theta} = \cot \theta$

Resolución

Al sustituir las identidades trigonométricas por cociente (3) y (4) se tiene que

$$\begin{aligned}\frac{\csc \theta}{\sec \theta} &= \frac{\frac{1}{\operatorname{sen} \theta}}{\frac{1}{\operatorname{cos} \theta}} \\ &= \frac{\operatorname{cos} \theta}{\operatorname{sen} \theta} \\ &= \cot \theta\end{aligned}$$

Por tanto $\frac{\csc \theta}{\sec \theta} = \cot \theta$





IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS PITAGÓRICAS

Las identidades trigonométricas pitagóricas reciben este nombre porque se originan del Teorema de Pitágoras y son:

1) $\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$

2) $1 + \text{cot}^2 \theta = \text{csc}^2 \theta$

3) $\text{tan}^2 \theta + 1 = \text{sec}^2 \theta$

Ejemplo 1: Mostrar numéricamente que $\text{sen}^2 60^\circ + \text{cos}^2 60^\circ = 1$.

Resolución

$$\begin{aligned}\text{sen}^2(60^\circ) + \text{cos}^2(60^\circ) &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{4}{4} \\ &= 1\end{aligned}$$

Ejemplo 2: Demostrar que $(1 + \text{tan}^2 \theta) \text{sen}^2 \theta = \text{tan}^2 \theta$

Resolución

$$\begin{aligned}(1 + \text{tan}^2 \theta) \text{sen}^2 \theta &= \text{sec}^2 \theta \text{sen}^2 \theta \\ &= \left(\frac{1}{\text{cos}^2 \theta}\right) \text{sen}^2 \theta \\ &= \left(\frac{\text{sen}^2 \theta}{\text{cos}^2 \theta}\right) \\ &= \left(\frac{\text{sen} \theta}{\text{cos} \theta}\right)^2 \\ &= \text{tan}^2 \theta\end{aligned}$$



Ejemplo 3: Demostrar que $\frac{\cot \theta \sec^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta} = \tan \theta$

Resolución

$$\begin{aligned} \frac{\cot \theta \sec^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta} &= \frac{\left(\frac{\cos \theta}{\operatorname{sen} \theta}\right) \left(\frac{1}{\cos \theta}\right)^2}{\operatorname{csc}^2 \theta} \\ &= \frac{\left(\frac{\cos \theta}{\operatorname{sen} \theta}\right) \left(\frac{1}{\cos^2 \theta}\right)}{\left(\frac{1}{\operatorname{sen} \theta}\right)^2} \\ &= \frac{\cos \theta}{\operatorname{sen} \theta \cos^2 \theta} \\ &= \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \theta} \\ &= \frac{\operatorname{sen}^2 \theta \cos \theta}{\operatorname{sen} \theta \cos^2 \theta} \\ &= \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} \\ &= \tan \theta \end{aligned}$$

DIVISIÓN
CIENCIAS
BÁSICAS