



## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES LOGARÍTMICAS UTILIZANDO CAMBIO DE BASE

### Antecedentes

Si en una ecuación logarítmica se involucran logaritmos de diferentes bases se tiene que recurrir a un cambio de base. La finalidad de realizar un cambio de base en la ecuación logarítmica es dejar a los logaritmos involucrados en la misma base para resolver la ecuación.

Para realizar el cambio de base se utiliza la expresión

$$\log_b A = \frac{\log_c A}{\log_c b} \quad \text{donde } c \text{ es la nueva base}$$

por ejemplo:

$$\log_8 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 8}$$

Ejemplos: Resolver las siguientes ecuaciones utilizando cambio de base.

1)  $\log_4 x = 2 + \log_{16} x$

**Se agrupan los logaritmos**

$$\log_4 x - \log_{16} x = 2$$

En el segundo término del lado izquierdo se realiza un cambio de base utilizando la expresión antes citada, por lo que

$$\log_{16} x = \frac{\log_4 x}{\log_4 16}$$

$$\log_4 x - \frac{\log_4 x}{\log_4 16} = 2$$

Utilizando el concepto de logaritmo se tiene que  $\log_4 16 = 2$  por lo que



$$\log_4 x - \frac{\log_4 x}{2} = 2$$

$$\log_4 x - \frac{1}{2} \log_4 x = 2$$

Al aplicar la propiedad del cociente entre dos números se tiene

$$\log_4 x - \log_4 x^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\log_4 \left( \frac{x}{x^{\frac{1}{2}}} \right) = 2$$

Se simplifica el exponente de  $x$

$$\log_4 \left( x^{\frac{1}{2}} \right) = 2$$

Nuevamente se aplica la definición de logaritmo y se despeja la incógnita  $x$

$$x^{\frac{1}{2}} = 4^2$$

$$\left( x^{\frac{1}{2}} \right)^2 = (4^2)^2$$

$$x = 4^4 = 256$$

2)  $\log_2 x + \log_4 x = 1$

Se realiza un cambio de base en el segundo término del lado izquierdo de la ecuación

$$\log_2 x + \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = 1$$

Al aplicar la definición de logaritmo al denominador se tiene  $\log_2 4 = 2$

$$\log_2 x + \frac{\log_2 x}{2} = 1$$



Utilizando propiedades de los logaritmos se tiene

$$\log_2 x + \log_2 x^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$\log_2 \left( x \cdot x^{\frac{1}{2}} \right) = 1$$

$$\log_2 x^{\frac{3}{2}} = 1$$

Aplicando nuevamente la definición de logaritmo y despejando a  $x$  se tiene

$$x^{\frac{3}{2}} = 2$$

$$x = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$x = \sqrt[3]{4}$$

3)  $\log_3 x^2 - \log_{27} x = -1$

Al aplicar la propiedad del recíproco de un número en el segundo término del lado izquierdo se tiene

$$\log_3 x^2 + \log_{27} x^{-1} = -1$$

$$\log_3 x^2 + \log_{27} \frac{1}{x} = -1$$

Realizando un cambio de base en el segundo sumando de la ecuación

$$\log_3 x^2 + \frac{\log_3 \left( \frac{1}{x} \right)}{\log_3 27} = -1$$

Se utiliza la definición de logaritmo en el denominador  $\log_3 27 = 3$  y se sustituye en la ecuación

$$\log_3 x^2 + \frac{\log_3 \left( \frac{1}{x} \right)}{3} = -1$$



Se aplica la propiedad de logaritmo de la raíz enésima de un número en el segundo término del lado izquierdo

$$\log_3 x^2 + \log_3 \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{3}} = -1$$

Se utiliza la propiedad de la división entre dos números

$$\log_3 \left(\frac{x^2}{x^{\frac{1}{3}}}\right) = -1$$

Se simplifica el exponente de  $x$

$$\log_3 \left(x^{\frac{5}{3}}\right) = -1$$

$$-\log_3 x^{\frac{5}{3}} = 1$$

Al aplicar nuevamente la propiedad de logaritmo del recíproco de un número se tiene

$$\log_3 x^{-\frac{5}{3}} = 1$$

$$\log_3 \left(\frac{1}{x^{\frac{5}{3}}}\right) = 1$$

Se aplica la definición de logaritmo y se despeja  $x$

$$\frac{1}{x^{\frac{5}{3}}} = 3$$

$$\frac{1}{3} = x^{\frac{5}{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt[5]{27}}$$

DIVISIÓN  
CIENCIAS  
BÁSICAS