



## CUBO DE UN BINOMIO

### Introducción

El cubo de un binomio es un producto notable porque su resultado siempre cumple con la misma regla.

### Desarrollo

El producto  $(x+y)^3$  se puede expresar como

$$(x+y)^3 = (x+y)^2(x+y)$$

así mismo  $(x+y)^2$  es un producto notable y con esto el desarrollo es

$$(x + y)^3 = (x + y)^2(x + y) = (x^2 + 2xy + y^2)(x + y)$$

entonces,

$$\begin{array}{r} x^2 + 2xy + y^2 \\ x \quad \quad \quad x + y \\ \hline x^3 + 2x^2y + xy^2 \\ + \quad \quad \quad x^2y + 2xy^2 + y^3 \\ \hline x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{array}$$

finalmente,

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Al elevar un binomio al cubo,  $(x+y)^3$ , se obtiene la suma de los siguientes términos,



- $x^3$  el cubo del primer término del binomio
- $3x^2y$  el triple del producto del primer término del binomio al cuadrado por el segundo término del binomio
- $3xy^2$  el triple del producto del primer término del binomio por el cuadrado del segundo término del binomio
- $y^3$  el cubo del segundo término del binomio

El resultado del producto anterior también se puede mostrar de forma gráfica como se indica en la siguiente figura

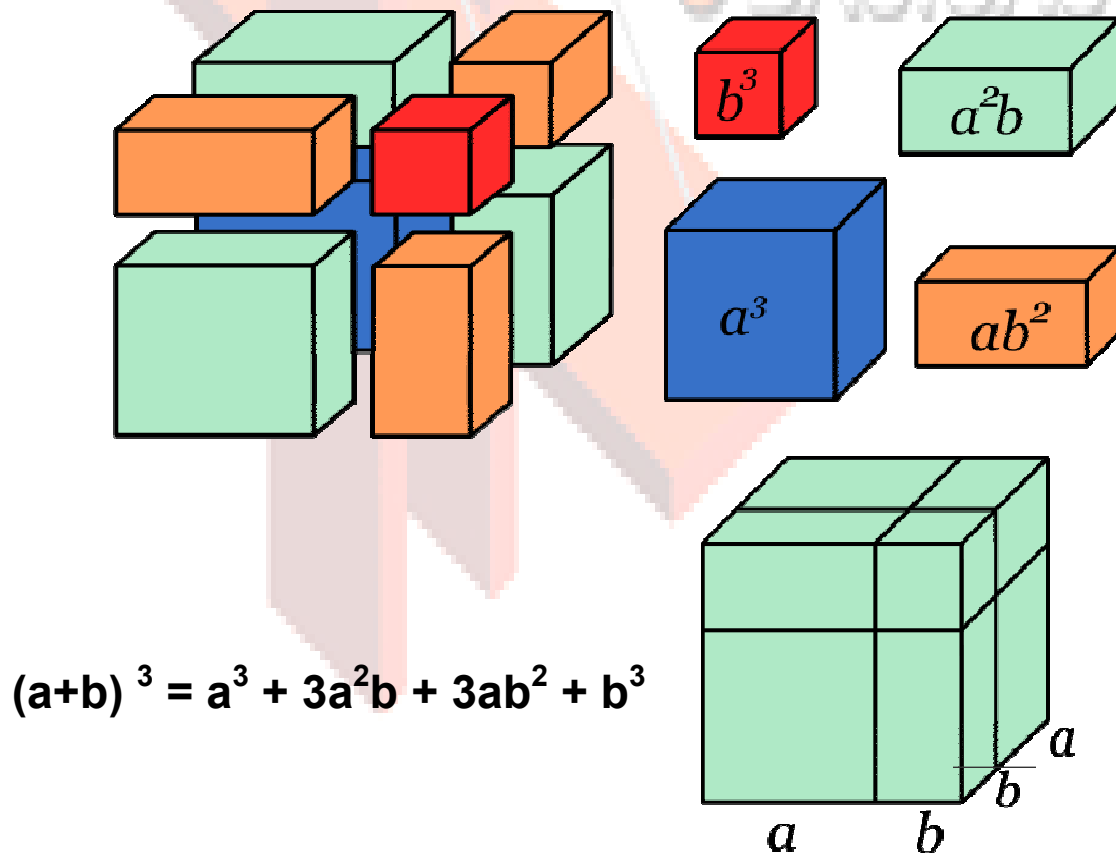


Figura 1. Gráfico que ilustra el resultado de  $(a+b)^3$



A partir de la figura 1 el volumen del cubo cuyo lado es  $(a+b)$  corresponde a la suma de:

- el volumen del cubo azul  $(a^3)$
- los volúmenes de tres paralelepípedos verdes  $(3a^2b)$
- los volúmenes de tres paralelepípedos naranjas  $(3ab^2)$  y
- el volumen del cubo rojo  $(b^3)$

y que finalmente es igual al resultado de  $(a+b)^3$ .

### Ejemplos

Obtener el desarrollo de lo siguientes productos:

1.-  $(x^{2n} + y^m)^3$

#### Solución

$(x^{2n})^3$	cubo del primer término del binomio
$3x^{4n}y^m$	el triple producto del primer término del binomio al cuadrado por el segundo término del binomio
$3x^{2n}y^{2m}$	el triple producto del primer término del binomio por el cuadrado del segundo término del binomio
$(y^m)^3$	el cubo del segundo término del binomio

Entonces,

$$(x^{2n} + y^m)^3 = (x^{2n})^3 + 3x^{4n}y^m + 3x^{2n}y^{2m} + (y^m)^3 = x^{6n} + 3x^{4n}y^m + 3x^{2n}y^{2m} + y^{3m}$$



2.-  $(m^{-4} - f^{1/3})^3$

**Solución**

Considerando que  $(m^{-4} - f^{1/3})^3 = (m^{-4} + (-f^{1/3}))^3$

$(m^{-4})^3$  cubo del primer término del binomio

$3(m^{-4})^2(-f^{1/3})$  el triple producto del primer término del binomio al cuadrado por el segundo término del binomio

$3(m^{-4})(-f^{1/3})^2$  el triple producto del primer término del binomio por el cuadrado del segundo término del binomio

$(-f^{1/3})^3$  el cubo del segundo término del binomio

Entonces,

$$(m^{-4} - f^{1/3})^3 = (m^{-4} + (-f^{1/3}))^3 = (m^{-4})^3 + 3(m^{-4})^2(-f^{1/3}) + 3(m^{-4})(-f^{1/3})^2 + (-f^{1/3})^3$$

$$(m^{-4} - f^{1/3})^3 = (m^{-4} + (-f^{1/3}))^3 = m^{-12} - 3m^{-8}f^{1/3} + 3m^{-4}f^{2/3} - f$$

3.-  $(s+2)^3$

**Solución**

$s^3$  cubo del primer término del binomio

$3(s)^2(2)$  el triple producto del primer término del binomio al cuadrado por el segundo término del binomio

$3(s)(2)^2$  el triple producto del primer término del binomio por el cuadrado del segundo término del binomio

$(2)^3$  el cubo del segundo término del binomio



Entonces,

$$(s+2)^3 = s^3 + 3s^2(2) + 3s(2)^2 + (2)^3 = s^3 + 6s^2 + 12s + 8$$

Referencia de la figura :

[http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Binomio\\_al\\_cubo.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Binomio_al_cubo.svg)

DIVISIÓN  
CIENCIAS  
BÁSICAS