



NATURALIS

BOLETÍN DE LA COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA

No. 10

marzo de 2008

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS



HABLANDO DE DUREZA

Martín Bárcenas Escobar (martin_b_e@yahoo.com.mx)

Gabriel Alejandro Jaramillo Morales (alejandroj@servidor.unam.mx)

Coordinación de Física General y Química, División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Se denomina dureza a la resistencia que ofrece la superficie lisa de un mineral a ser rayado, y refleja, de alguna manera su resistencia a la abrasión. Mediante el estudio de la dureza de un mineral se evalúa, en parte, la estructura atómica del mismo pues es la expresión de su enlace más débil.

enlaces metálicos que pueden fluir plásticamente, el rayado da lugar a una ranura o surco. Por el contrario en materiales frágiles el rayado es la manifestación de una microfRACTURA.

La dureza de un mineral es una propiedad vectorial, y es posible que un mismo mineral presente diversos valores, dependiendo de la dirección según la cual se le raye. Por lo general, esa diferencia es muy ligera, pero en el caso de la cianita, $H = 5$ paralelamente a su alargamiento y $H = 7$ perpendicular a éste. La calcita tiene una $H = 3$ en todas sus direcciones excepto en la dirección $(0001)^a$ en la que tiene $H = 2$.

En el diamante el plano menos duro es el de cara de rombododecaedro (110), y el más duro el de cara de octaedro (111), que es muy difícil de pulir. En una misma cara del



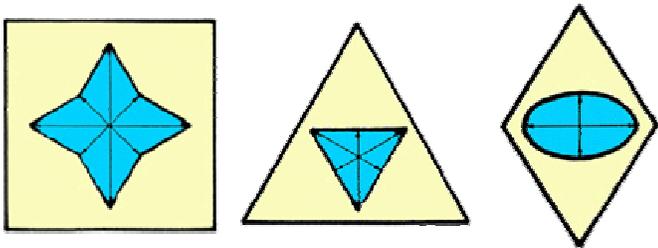
Friedrich Mohs (1773-1839). Geólogo/Minerólogo Alemán. Mohs estudió química, matemática y física. Empezó a clasificar los minerales por sus características físicas, en vez de por su composición química, como se había hecho antes. Creó la escala de dureza que todavía se utiliza y se conoce como la escala de Mohs de dureza de los minerales.

Mineral	Equivalente cotidiano	Dureza (H)
Diamante	Diamante sintético	10
Corindón	Rubí	9
Topacio	Papel abrasivo	8
Cuarzo	Cuchillo de acero	7
Ortoclasa/feldespato	Cortaplumas	6
Apatita	Vidrio	5
Fluorita	Clavo de hierro	4
Calcita	Moneda de bronce	3
Yeso	Uñas humanas	2
Talco	Polvos de talco	1

La dureza es una forma de evaluación de la reacción de una estructura cristalina a una tensión sin rotura. En los cristales con

^a Para saber más del sistema de coordenadas de cuatro ejes, o sistema de Bravais y de Miller consulte "Materials Science and Engineering an Introduction", Callister, W., Wiley 7^a. ed., 2007. Aportación de Félix Núñez Orozco.

diamante hay varias direcciones de mayor y de menor dureza. Es posible representar estas variaciones por medio de diagramas vectoriales. El diagrama de la dureza de un plano (100) en el diamante es una estrella de cuatro puntas, para el plano (111) es un triángulo, y para el plano (110) una elipse.



La síntesis de materiales con dureza comparable o mayor que la del diamante ha sido de gran interés, tanto del punto de vista fundamental como tecnológico. Esto ha representado un reto para los investigadores de las ciencias de los materiales. Básicamente se han investigado dos opciones: compuestos simples y sistemas nanocompuestos.

En el caso de los compuestos simples, en la Universidad de California en los Ángeles (UCLA), se han probado métodos para endurecer metales de los denominados "ultraincompresibles". Estos metales son rígidos en dos dimensiones pero a la vez son blandos porque sus átomos se disponen en capas que pueden deslizarse unas sobre otras. El método desarrollado en la UCLA para endurecer estos metales,

consiste en introducir otros elementos para que formen enlaces covalentes entre las capas deslizantes. El objetivo es impedir el deslizamiento entre capas y además mantener casi sin cambio su incompresibilidad. En el año 2005 combinaron osmio (Os) metálico con boro (B) a una temperatura de 1 000 °C y presión ambiente, logrando fabricar un material que es casi tan incompresible y duro como el diamante (C). Cuando combinaron renio (Re), más barato que el osmio, con boro obtuvieron diboruro de renio, resultando ser capaz de rayar el diamante y ser casi tan incompresible como este último. Este método permite encontrar compuestos ultraduros en forma barata.

Por otra parte, desde el surgimiento del transistor y el desarrollo de circuitos integrados, se ha vuelto compulsivo fabricar objetos de uso diario más pequeños, más portátiles, más poderosos y simples al mismo tiempo, fáciles de manipular y de maniobrar. En este frenesí hacia la miniaturización, la tendencia hacia lo pequeño ha tomado una "nueva dimensión". En los últimos años ha surgido una técnica para desarrollar productos que consistan de materiales tan diminutos como unos cuantos átomos; con longitudes de pocos nanómetros (1 nanómetro = 1×10^{-9} [m]), por eso se le ha llamado nanotecnología. Un nanómetro es 1/80 000 del diámetro de un cabello

humano. Las propiedades físicas y químicas de los materiales cambian cuando se controla la materia a tal escala, y el comportamiento superficial predomina sobre el comportamiento volumétrico. De aquí que un mayor entendimiento de la ciencia de superficies y técnicas de síntesis en capas delgadas permitirá diseñar nuevos y mejores materiales nanométricos. Cuando el tamaño de los materiales decrece a escala atómica, ocurren efectos cuánticos que hacen cambiar sus propiedades. Por ejemplo, la transmisión de la luz ultravioleta (UV), la eficiencia antiestática, conductora y mecánica. En particular, las propiedades mecánicas dependen altamente del tipo de enlace entre los átomos que forman el material y su distancia interatómica. En la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) se investigan las propiedades mecánicas de nuevos materiales nanoestructurados y su relación con la composición y con la estructura molecular. Una propiedad mecánica que se desea mejorar en estos materiales nanométricos es la dureza, debido a su aplicación tecnológica.

Entre los compuestos simples se han investigado principalmente aquellos que presentan una distancia interatómica pequeña y alto carácter covalente en sus enlaces. Por ejemplo, podemos mencionar que se ha intentado

sintetizar sin éxito un compuesto hipotético con carbono y nitrógeno, β - C_3N_4 , que tendría una dureza equiparable a la del diamante. En contraste, algunos materiales que sí han dado buenos resultados se basan en carbono tipo diamante (conocidos en inglés por sus siglas DLC, Diamond Like Carbon), nanotubos y estructuras poliméricas de carbono. También son importantes los compuestos de boro: nitruros de boro, carburos de boro, carbonitruros de boro y subóxidos de boro.

Algunos de estos materiales ya tienen una presencia importante en la tecnología actual; sin embargo, aún no ha sido posible lograr el objetivo inicial: superar la dureza del diamante. El inconveniente que presentan muchos de estos materiales es el de estar en fases metaestables; es decir, su síntesis resulta ser difícil y, en consecuencia, su aplicación tecnológica es limitada.

Por otra parte, los sistemas nanocompuestos han tenido un éxito controversial en los últimos años. En algunos informes se proclama haber superado la dureza del diamante, pero otros argumentan en contra, indicando que se trata de problemas de medición. Cabe mencionar que para medir la dureza de los materiales se usa una punta de prueba de diamante. ¿Cómo podríamos medir algo más duro que el diamante con diamante? Más allá

de toda controversia está el hecho que la dureza de dichos sistemas es excelente, superior incluso a la dureza de los componentes individuales. Éste es un campo de investigación prácticamente inexplorado, siendo el principal problema la producción de muestras

reproducibles para obtener mediciones verificables.

Referencias

1. "Rayadores del diamante", Investigación y Ciencia, edición española de Scientific American, agosto 2007, Barcelona, España.
2. <http://www.investigacionyciencia.es>
3. http://www.uned.es/cristamine/mineral/prop_fis/dureza.htm
4. <http://132.248.5.68/ablacion/TesisPrpuest.html>

FUERZAS ELÉCTRICAS DE ORIGEN MECÁNICO

Hugo Germán Serrano Miranda (hgzappa@yahoo.com.mx)

Coordinación de Ciencias Aplicadas, División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Introducción

Si usted es profesor de Electricidad y Magnetismo al que le inquietan y animan los experimentos de física, probablemente comparta conmigo la seria dificultad de exponer a los alumnos, de una manera sencilla, la fuerza resultante de atracción que ejercen entre sí dos placas paralelas de un capacitor cargado; tal situación no es nada casual pues existen problemas en Electricidad y Magnetismo que en apariencia son inofensivos y fáciles de resolver, sin embargo, en ocasiones la formulación adecuada del planteamiento de dichos problemas y su correspondiente análisis requiere el *concurso simultáneo de diferentes disciplinas tanto físicas como matemáticas*.

Tal es el caso de los sistemas donde interactúan tanto variables mecánicas como electromagnéticas y además donde tengan que efectuarse balances de energía. Este tipo de problemas solamente se

bosquejan, si es el caso, de manera muy sutil sobretodo en las disciplinas de Electricidad y Magnetismo, y de Dinámica.

Pero ... ¿en qué radica la dificultad de plantear estos fenómenos?, pues ni más ni menos que en formular el análisis de estos problemas en la *verdadera dimensión* en que debe formularse todo problema de ingeniería: ***a la luz de la interacción de varias disciplinas tanto físicas como matemáticas***.

En este espacio intentaré, a partir de una configuración básica de cargas uniformemente distribuidas que se estudian en Electricidad y Magnetismo, recrear algunos conceptos de Termodinámica y de Mecánica unificadas bajo un principio general: el primer Principio de la Termodinámica y el de Trabajo y Energía, por último se aplicará el *principio del trabajo virtual*, en su forma más rústica, con el único fin

de motivar dudas e impacientar espíritus inquietos.

Energía almacenada en un capacitor de placas paralelas

Cuando se carga un capacitor con una fuente de voltaje, el proceso de separación de cargas origina la presencia de un campo eléctrico; es precisamente en este campo donde tiene su asiento la energía eléctrica almacenada por dicho dispositivo.

La ecuación que relaciona la carga de un capacitor lineal con su diferencia de potencial está dada por la siguiente expresión:

$$q = CV \quad (1)$$

Para un capacitor de placas paralelas cuyo dieléctrico es el aire, tal como el que se muestra en la figura 1

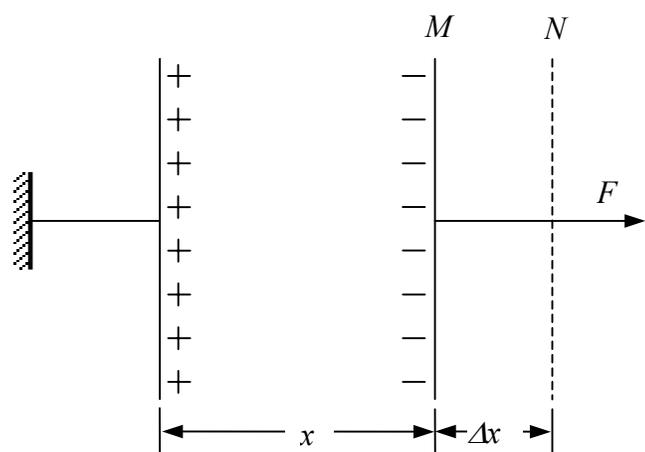


Figura 1

su capacitancia está dada por:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{x} \quad (2)$$

donde x es la distancia de separación de las placas, A el área de la superficie de cada una de las placas y ϵ_0 la permitividad del vacío.

Ahora bien, la expresión de la energía almacenada por el capacitor se escribe

$$U_{cap} = \frac{1}{2} qV \quad (3)$$

Al sustituir (2) en (1) y el resultado obtenido sustituido en (3) se tiene

$$U_{cap} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 AV^2}{x} \quad (4)$$

Si el área de la superficie del capacitor se considera constante, la ecuación (1) se puede interpretar geométricamente como una recta que pasa por el origen, abscisa V y ordenada q tal como se muestra en la figura siguiente.

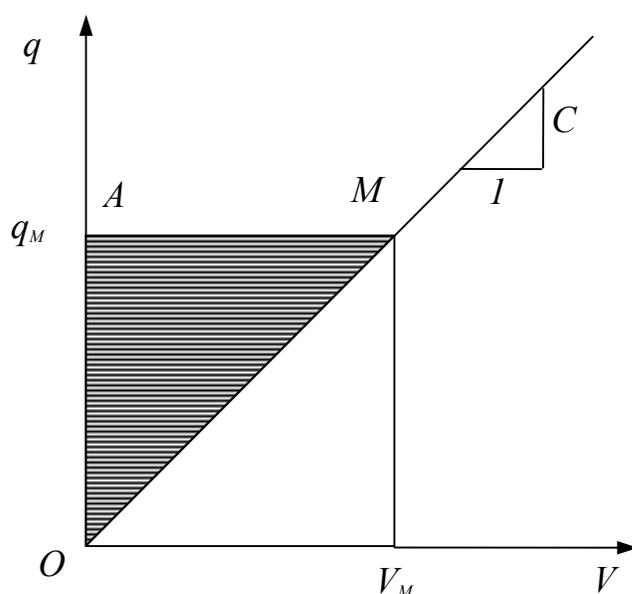


Figura 2

El valor de la pendiente de la recta representa el valor de la capacitancia C , y el área del triángulo OAM , representa la magnitud de la energía almacenada, es decir

$$U_{cap} = \frac{1}{2} (base)(altura)$$

$$U_{cap} = \frac{1}{2} (\overline{AM})(\overline{OA})$$

$$U_{cap} = \frac{1}{2} V_M q_M, \quad (q_M = q_A)$$

Pero

$$q_M = C V_M$$

$$U_{cap} = \frac{1}{2} C V_M^2 \quad (5)$$

Al sustituir (2) en (5) se tiene

$$U_{cap} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A V_M^2}{x} \quad (6)$$

Si el capacitor mantiene constantes su carga almacenada, el valor de ϵ_0 y el área de sus placas, entonces de la ecuación (2), la capacitancia será grande en la medida en que x sea pequeña y recíprocamente, si x es grande la capacitancia será pequeña.

Ahora bien, si el capacitor tiene igual cantidad de cargas en cada una de sus placas (¿por qué?), pero de signo contrario, es de suponerse que las placas experimentarán un jalón mutuo, por lo que para evitar que las placas se junten hay que aplicar una fuerza F , a la placa de la derecha que está libre, -la de la izquierda se considera anclada al sistema tierra-, pues bien, suponga que la placa derecha, de la figura 1, se desplaza muy lentamente una distancia muy pequeña Δx , del punto M al punto N , sin provocar disturbios tanto mecánicos como eléctricos (sin alteraciones y sin "fugas" de cargas debidas a la radiación electromagnética). Entonces esta interacción mecánica ocasiona un cambio en la capacitancia y por consiguiente en la energía almacenada.

Con relación a la figura 1, al evaluar el voltaje en el punto M de (1) y (2) se tiene

$$V_M = \frac{q}{C_M} = \frac{qx}{\epsilon_0 A} \quad (7)$$

De la misma forma, en el punto N

$$V_N = \frac{q}{C_N} = \frac{q(x + \Delta x)}{\epsilon_0 A} \quad (8)$$

Por lo que el cambio en la energía almacenada por el capacitor está dado por

$$\Delta U_{cap} = \left[U_{cap} \right]_N - \left[U_{cap} \right]_M \quad (9)$$

Al emplear (3) en (9)

$$\Delta U_{cap} = \frac{1}{2} q V_N - \frac{1}{2} q V_M$$

$$\Delta U_{cap} = \frac{1}{2} q \left[V_N - V_M \right] \quad (10)$$

Al sustituir (7) y (8) en (10) se tiene

$$\Delta U_{cap} = \frac{q^2}{2A\epsilon_0} \left[(x + \Delta x) - x \right]$$

$$\Delta U_{cap} = \frac{1}{2} \frac{q^2 \Delta x}{\epsilon_0 A} \quad (11)$$

El capacitor puede concebirse como un sistema cerrado, donde un agente externo interactúa con él ocasionando cambios en su estado energético, es decir

$$\left[\begin{array}{c} \text{Trabajo} \\ \text{de entrada} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Cambio en la} \\ \text{energía interna} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Trabajo} \\ \text{de salida} \end{array} \right] \quad (12)$$

En este sentido el trabajo de entrada es el trabajo de la fuerza externa F , al que se considera como agente externo, el cambio en la energía interna tiene su asiento en el campo eléctrico que está confinado en el

interior de las placas del capacitor y el trabajo de salida en este caso es cero, pues no se realiza.

La ecuación (11) da cuenta del cambio de energía en el campo eléctrico y la fuerza externa F realiza trabajo $F \cdot \Delta x$ al desplazar la placa derecha del capacitor, de esta manera la ecuación (12) queda

$$F \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \frac{q^2 \Delta x}{\epsilon_0 A} + 0 \quad (13)$$

Al cancelar las Δx 's queda

$$F = \frac{1}{2} \frac{q^2}{\epsilon_0 A} \quad (14)$$

Ecuación que determina la fuerza de atracción mutua entre las placas del capacitor, en virtud de las cargas de signos contrarios que posee cada una de ellas.

El resultado anterior puede interpretarse geoméricamente, auxiliándonos de la figura siguiente

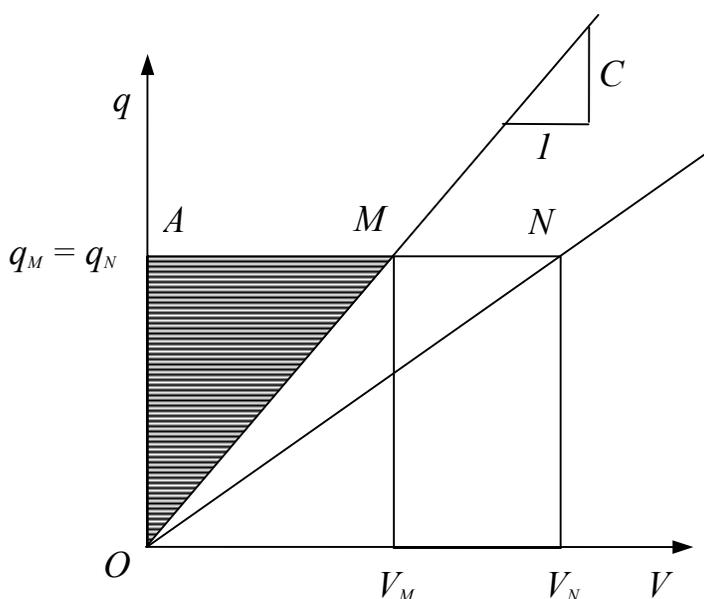


Figura 3

Al mover la placa derecha del capacitor en la figura 1 desde el punto M hasta el punto N , la energía cambia de una magnitud dada por

$$\left[\Delta U_{cap} \right]_M = \text{Área}(OAM)$$

A la magnitud

$$\left[\Delta U_{cap} \right]_N = \text{Área}(OAN)$$

La diferencia

$$\left[\Delta U_{cap} \right]_N - \left[\Delta U_{cap} \right]_M = \text{Área}(OMN)$$

Es decir

$$\Delta U_{cap} = \frac{1}{2} (\text{base} \cdot \text{altura}) = \frac{1}{2} [MN \cdot OA]$$

$$\Delta U_{cap} = \frac{1}{2} (V_N - V_M) q$$

Que es igual a la expresión (10) y que por medio de las ecuaciones (7) y (8) es posible llegar a la ecuación (11)

Observación:

Al pasar de la ecuación (13) a (14) es necesario cancelar Δx en ambos miembros de (13) esto significa que en realidad, suponemos que movemos la placa derecha del capacitor una distancia Δx para poder analizar los pequeños cambios que repercuten en las otras variables: capacitancia, energía, etc., a fin de poder relacionar la variable que nos interesa, es decir F , ya que está contenida en el trabajo externo, de allí que este trabajo realizado por la fuerza mencionada es, por supuesto, hipotético y por lo tanto virtual, puede decirse que: *tiene virtud para realizar un acto aunque no lo produzca.*

El principio del trabajo virtual constituye una de las principales estructuras conceptuales de la dinámica de Lagrange, disciplina que forma parte de la Mecánica Clásica y gran parte de sus aplicaciones tienen por objeto dar respuesta a problemas cuya complejidad no únicamente esta asociada a la solución de las ecuaciones que caracterizan el problema a resolver, sino también con su planteamiento; el método que se utiliza para analizar y resolver este tipo de problemas puede aplicarse a cualquier disciplina donde intervengan las ecuaciones diferenciales, sobre todo las no lineales, generaliza las ideas convencionales de Fuerza y Trabajo (en algunos problemas la fuerza tiene unidades de presión y las de trabajo de momento ... ¿?), además facilita la solución de problemas donde interactúan variables de diferente naturaleza, como pueden ser: eléctricas, magnéticas,

mecánicas, termodinámicas, etc. Para el caso particular de este artículo, involucran variables de naturaleza eléctrica y mecánica, sin embargo, hablar de complejidades conceptuales y metodológicas para el caso planteado... creo que es una broma académica de buen gusto.

Probablemente el lector se sienta motivado en obtener el mismo resultado mediante el empleo de la ecuación que relaciona las fuerzas entre dos partículas, es decir la ecuación de Coulomb, lo invito a que intente resolver el problema planteado en este artículo a partir de esta idea... ojalá que después del intento no quede la impresión de un trabajo sin esperanzas.

Referencias

1. M. B. Hesse, *Models and Analogies in Science*, Notre Dame. 1978.
2. J. Meisel, *Principios de Conversión de Energía Electromecánica*, Mc Graw Hill. 1975.

Si crees haber hecho un descubrimiento científico importante y estás febrilmente ansioso por publicarlo, deja pasar unos días, semanas o aún años. Intenta derribar tus propios argumentos y experiencias; expón claramente tus descubrimientos sólo después de haber agotado todas las hipótesis en contra. Si después de tales esfuerzos llegas a la certidumbre, tu alegría será una de las mayores que puede sentir el alma humana
L. Pasteur.

Versión digital: <http://dcb.fi-c.unam.mx/boletines/fisica/index.phtml>

Dudas o comentarios: naturalis777@yahoo.com.mx