



NATURALIS

BOLETÍN DEL DEPARTAMENTO DE
FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA

No. 1 25/XI/2003

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS



PRESENTACIÓN

Hoy nace este Boletín, como fruto de una iniciativa de los profesores autores de los artículos aquí presentados, contando con el apoyo de los actuales jefe de la División de Ciencias Básicas y del Departamento de Física General y Química. Cabe mencionar que el presente **Boletín** es precedido por otros tres boletines generados en esta División, difundidos por los departamentos de *Matemáticas Básicas*, de *Mecánica y Análisis* y de *Matemáticas Aplicadas*, citados estos, conforme al orden en que aparecieron por vez primera.

Este boletín surgió básicamente por la necesidad de **difundir** algunos de los conceptos básicos de las asignaturas **Electricidad y Magnetismo**, **Física Experimental**, **Óptica**, **Química** y **Termodinámica** (actualmente a cargo del Departamento de Física General y Química), pues antes de que naciera no se contaba con una publicación, al menos en la DCB, que cumpliera con la difusión citada; por otro lado, se considera de primordial importancia incrementar el interés de los alumnos por esas asignaturas, lo cual podría lograrse publicando artículos que contengan anécdotas, ejemplos y aplicaciones de algunos conceptos inherentes a la comprensión de conceptos básicos de las asignaturas citadas.

Los principales objetivos que pretenden alcanzarse conforme vaya publicándose este boletín son los siguientes:

- 1) Incrementar el interés de los alumnos por aprender, mediante ejemplos de aplicaciones y/o curiosidades académicas.

- 2) Favorecer la comprensión de algunos conceptos, haciendo uso de explicaciones más didácticas que las empleadas comúnmente en los libros de texto.
- 3) Proponer experimentos de cátedra idóneos para demostrar la validez de algunos principios científicos y/o comprender conceptos elementales.
- 4) Presentar la resolución, de algunos reactivos contenidos en exámenes colegiados.
- 5) Favorecer el análisis y la capacidad para resolver ejercicios.
- 6) Publicar artículos culturales, así como de cualquier otro tipo, que coadyuven a la formación integral de los alumnos.
- 7) Propiciar una mejor interacción entre académicos, alumnos y demás miembros de la comunidad de nuestra Facultad.

Sin establecer compromisos previos de publicación, puesto que todo artículo que desee ser publicado deberá contar con la aprobación de un comité que se constituirá para determinar cuales artículos se publicarán, **mucho agradeceremos a los miembros de la comunidad que nos hagan llegar sugerencias y/o aportaciones, con relación al *Boletín*, pidiéndoles que, en la medida de lo posible sean por escrito, y las entreguen en alguno de los cubículos del Departamento, ya sea en el correspondiente a la jefatura o en el de alguna de las coordinaciones del mismo.**

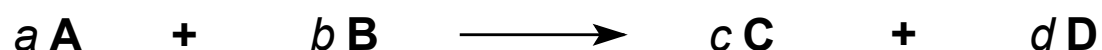
Bernardo Frontana de la Cruz

Jorge Solar González

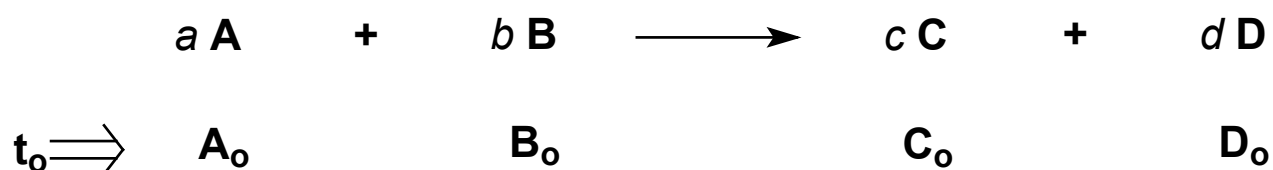
Noviembre de 2003

"EQUILIBRIO QUÍMICO"

Para explicar el concepto de equilibrio químico, se considera una reacción química en la que los reactivos **A** y **B** generan los productos **C** y **D**, como se muestra a continuación:



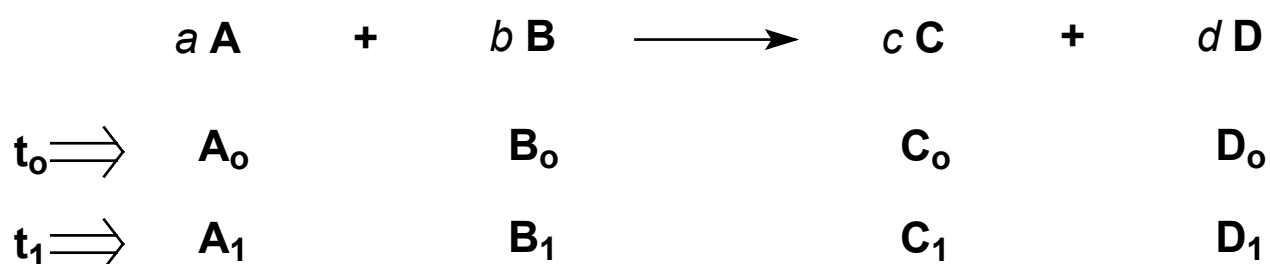
donde a , b , c y d son los respectivos coeficientes estequiométricos. Ahora bien, suponiendo que en el tiempo inicial (t_0), solamente existen los reactivos; entonces, se podría escribir lo siguiente:



donde \mathbf{A}_0 , \mathbf{B}_0 , \mathbf{C}_0 y \mathbf{D}_0 son las cantidades de reactivos y productos al tiempo inicial; de aquí, se puede establecer que:

$$\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0 \neq 0 \quad ; \quad \mathbf{C}_0, \mathbf{D}_0 = 0$$

Al cabo de un cierto tiempo (t_1), los reactivos ya habrán reaccionado para regenerar los productos, de tal forma que se tendría lo siguiente:

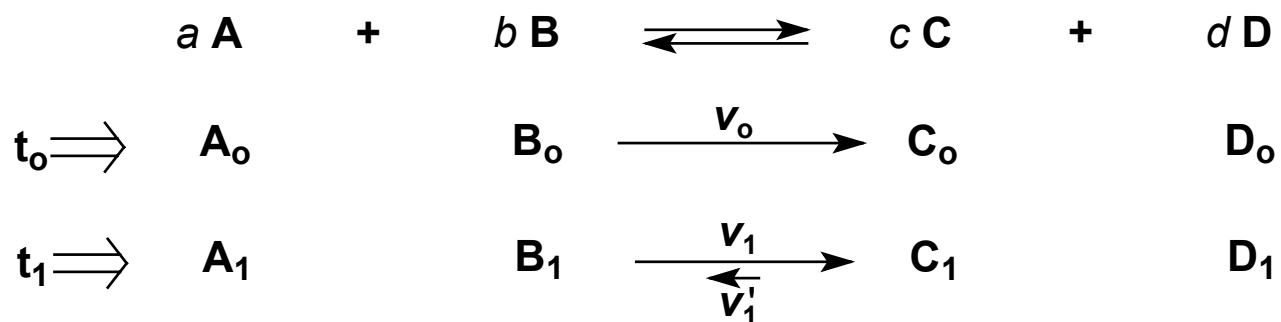


donde, \mathbf{A}_1 , \mathbf{B}_1 , \mathbf{C}_1 y \mathbf{D}_1 son las cantidades de reactivos y de productos al tiempo t_1 , pudiendo establecerse que:

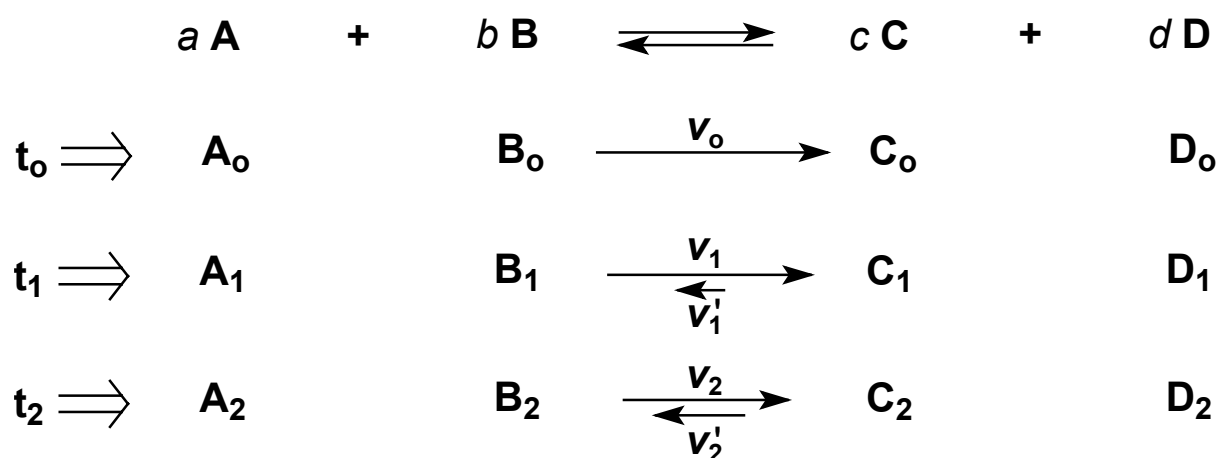
$$\mathbf{A}_1 < \mathbf{A}_0 \quad , \quad \mathbf{B}_1 < \mathbf{B}_0 \quad , \quad \mathbf{C}_1 > \mathbf{C}_0 \quad , \quad \mathbf{D}_1 > \mathbf{D}_0$$

Como puede apreciarse, las cantidades de los reactivos disminuyen y las de los productos aumentan; sin embargo, como ya existen productos, éstos, a su vez, pueden reaccionar para regenerar los reactivos, haciendo que el proceso sea reversible. En otras palabras, en el tiempo t_0 , solo los reactivos reaccionan a determinada velocidad (v_0) para formar los productos; sin embargo, en el tiempo t_1 , no solo los reactivos reaccionan

para formar los productos a una velocidad v_1 , sino que también los productos reaccionan para formar los reactivos a una velocidad v_1' . Esto puede representarse de la forma siguiente:



de donde se aprecia que, $v_0 > v_1$. En este orden de ideas, puede establecerse que, conforme transcurre el tiempo, la cantidad de reactivos y productos varía, y que ello implica que las velocidades de transformación también varían; esto es:



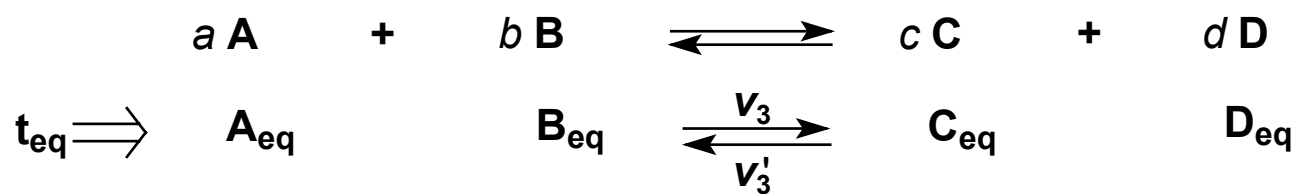
de donde se establece que:

$$\mathbf{A}_2 < \mathbf{A}_1 < \mathbf{A}_0; \quad \mathbf{B}_2 < \mathbf{B}_1 < \mathbf{B}_0; \quad \mathbf{C}_2 > \mathbf{C}_1 > \mathbf{C}_0 \quad ; \quad \mathbf{D}_2 > \mathbf{D}_1 > \mathbf{D}_0$$

además:

$$v_2 < v_1 < v_0 \quad ; \quad v_2' > v_1'$$

De aquí, puede establecerse que al transcurrir el tiempo, la velocidad de formación de los productos disminuye y la velocidad de formación de los reactivos aumenta; sin embargo, cuando ambas velocidades son iguales, se dice que se ha alcanzado el equilibrio, porque las cantidades de los reactivos y de los productos se mantienen constantes. Esto se puede representar de la forma siguiente:



Para relacionar las cantidades de reactivos y productos se emplea el llamado *cociente de reacción*, cuya expresión matemática es la siguiente:

$$Q_x = \frac{C_x^c \cdot D_x^d}{A_x^a \cdot B_x^b}$$

donde A_x , B_x , C_x y D_x son las cantidades de reactivos y productos al tiempo t_x . De tal forma que para los diferentes tiempos empleados anteriormente, se tendrían los cocientes siguientes:

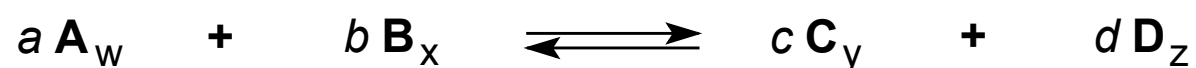
$$\begin{array}{l}
 Q_0 = \frac{C_0^c \cdot D_0^d}{A_0^a \cdot B_0^b} \quad ; \quad Q_0 = 0 \\
 Q_1 = \frac{C_1^c \cdot D_1^d}{A_1^a \cdot B_1^b} \quad ; \quad Q_1 > Q_0 = 0 \\
 Q_2 = \frac{C_2^c \cdot D_2^d}{A_2^a \cdot B_2^b} \quad ; \quad Q_2 > Q_1 > Q_0 = 0 \\
 Q_{\text{eq}} = \frac{C_{\text{eq}}^c \cdot D_{\text{eq}}^d}{A_{\text{eq}}^a \cdot B_{\text{eq}}^b} \quad ; \quad Q_{\text{eq}} > Q_2 > Q_1 > Q_0 = 0
 \end{array}$$

Como se mencionó anteriormente, al alcanzar el equilibrio, las cantidades de reactivos y de productos permanecen constantes, por ello, el valor del cociente se vuelve una constante del sistema; y entonces se le denomina, **Constante de Equilibrio** y se le asigna la literal **K**. Para fines de comparación de las constantes de equilibrio, las cantidades de reactivos y de productos se dan en molaridad; de ahí que la expresión de la constante de equilibrio, para la reacción que se viene empleando, quedaría:

$$K_c = \frac{[C]^c \cdot [D]^d}{[A]^a \cdot [B]^b}$$

donde los corchetes indican la molaridad de **A**, **B**, **C** o **D** en el equilibrio y el subíndice c , de la constante **K**, denota que ésta se encuentra en términos de concentraciones.

En el equilibrio químico sólo se consideran aquellos reactivos y productos que se encuentran en fase gaseosa, o en fase acuosa; sin embargo, en la expresión de equilibrio, no deben tenerse fases diferentes; es decir, solamente debe considerarse lo que esté en fase acuosa; o bien, sólo lo que esté en fase gaseosa. Por todo lo antes mencionado, cuando se representa un sistema en equilibrio es conveniente denotar el estado de agregación de reactivos y de productos. Así, para el sistema en equilibrio siguiente:



donde w, x, y, z denotan los estados de agregación de cada sustancia, la expresión de la constante de equilibrio sería:

$$K_c = \frac{[\mathbf{C}_y]^c \cdot [\mathbf{D}_z]^d}{[\mathbf{A}_w]^a \cdot [\mathbf{B}_x]^b}$$

Para entender bien esto, se considera el sistema en equilibrio siguiente:



La expresión de la constante de equilibrio para la fase acuosa sería:

$$K_c = \frac{[\text{Na}_2\text{SO}_{4(\text{ac})}]}{[\text{NaHCO}_{3(\text{ac})}]^2 \cdot [\text{H}_2\text{SO}_{4(\text{ac})}]}$$

no obstante, existiría una constante de equilibrio para la fase gaseosa, dada por:

$$K_c = [\text{CO}_{2(\text{g})}]^2$$

es decir, este sistema tiene dos constantes de equilibrio, una para la fase acuosa y otra para la fase gaseosa. Ambas constantes no necesariamente tienen el mismo valor.

Adicionalmente a lo anterior, cuando se trabaja con un equilibrio en fase gaseosa, también puede expresarse la constante de equilibrio en términos de las presiones parciales de cada componente; en tal caso, la expresión analítica sería:

$$K_p = \frac{P_C^c \cdot P_D^d}{P_A^a \cdot P_B^b}$$

Como puede apreciarse, para el equilibrio en fase gaseosa, existen dos constantes de equilibrio, una en términos de concentración (K_c) y otra en términos de presión (K_p); sin embargo, estas constantes pueden relacionarse mediante una ecuación que se obtiene al considerar las presiones parciales de cada gas; por ejemplo, la presión parcial del gas **A** se obtendría con:

$$P_A = \frac{n_A \cdot R \cdot T}{V} \quad \Rightarrow \quad P_A = \frac{n_A}{V} \cdot R \cdot T \quad \Rightarrow \quad P_A = [A] \cdot R \cdot T$$

De esta forma, al obtener una expresión para la presión parcial de cada gas y sustituirla en la expresión de K_p , se obtendría:

$$K_p = \frac{([C] \cdot R \cdot T)^c \cdot ([D] \cdot R \cdot T)^d}{([A] \cdot R \cdot T)^a \cdot ([B] \cdot R \cdot T)^b}$$

Empleando las leyes de los exponentes para simplificar, se obtiene la ecuación siguiente:

$$K_p = \frac{[C]^c \cdot [D]^d}{[A]^a \cdot [B]^b} \cdot (R \cdot T)^{c+d-a-b}$$

Como puede apreciarse, el cociente de las concentraciones en esta ecuación es K_c , de ahí que se pueda llegar finalmente a la ecuación siguiente:

$$K_p = K_c \cdot (R \cdot T)^{\Delta n}$$

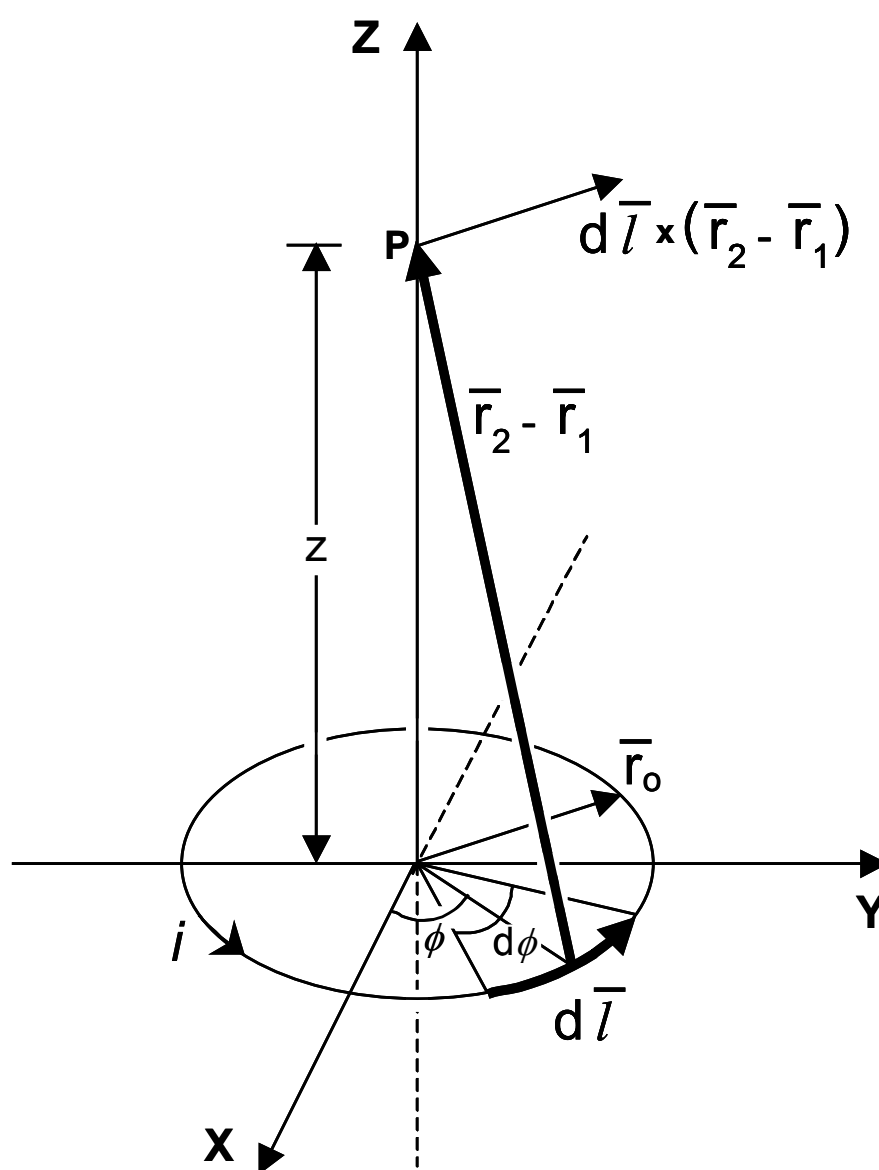
donde: $\Delta n = \Sigma$ Coeficientes de los Productos – Σ Coeficientes de los Reactivos

M. en C. Alfredo Velásquez Márquez
Profesor de la Facultad de Ingeniería de la UNAM
velasquez4@yahoo.com

*El hombre que posee plenitud,
piensa en la esencia y no en las formas.
Busca el fruto y no la flor.
Elige la sustancia y no las apariencias.*
Lao-Tse

La Ley de Biot y Savart aplicada a una espira circular

La siguiente figura muestra la disposición geométrica y las coordenadas empleadas al calcular el vector de inducción magnética en el punto P sobre el eje de la espira, donde, i es la corriente que circula por la espira y r_o es el radio de la espira.



Con base en lo contenido en la figura, se tiene que:

$$|\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = \sqrt{r_o^2 + z^2} \quad (1)$$

$$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = -r_o \cdot \cos \phi \cdot \hat{i} - r_o \cdot \sin \phi \cdot \hat{j} + z \cdot \hat{k} \quad (2)$$

y

$$d\vec{l} = -r_o \cdot \sin \phi \cdot d\phi \cdot \hat{i} + r_o \cdot \cos \phi \cdot d\phi \cdot \hat{j} \quad (3)$$

de tal forma que:

$$d\bar{l} \times (\bar{r}_2 - \bar{r}_1) = r_o \cdot z \cdot \cos \phi \cdot d\phi \cdot \hat{i} + r_o \cdot z \cdot \sin \phi \cdot d\phi \cdot \hat{j} + r_o^2 \cdot d\phi \cdot \hat{k} \quad (4)$$

La expresión de la Ley de Biot y Savart, en su forma diferencial, para dos circuitos de corriente, puede escribirse como:

$$d\bar{B}(\bar{r}_2) = \frac{\mu_o}{4\pi} i_1 \frac{d\bar{l}_1 \times (\bar{r}_2 - \bar{r}_1)}{|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|^3}$$

al sustituir en ésta las expresiones (4) y (1), e integrando ambos lados, queda:

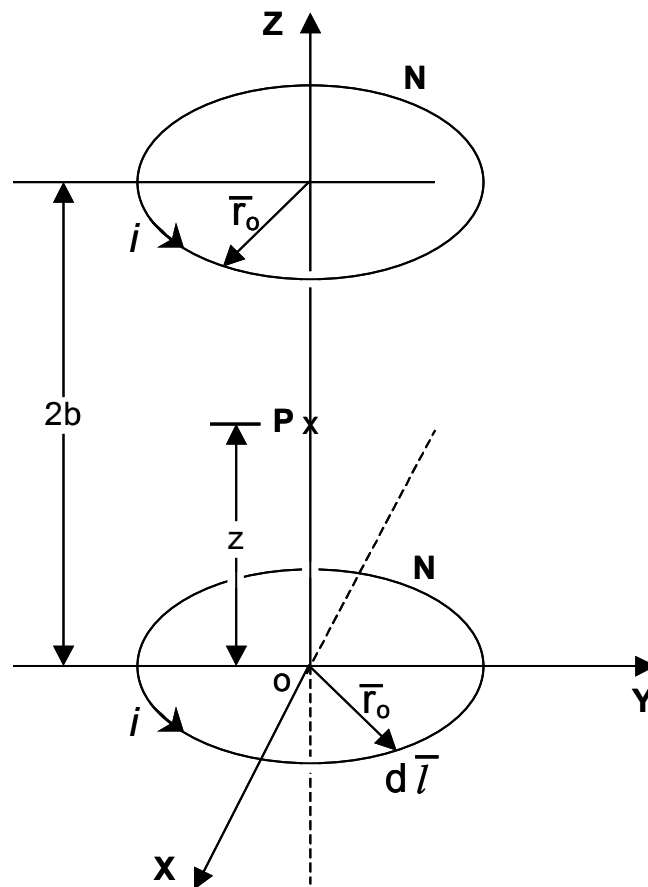
$$\bar{B}(z) = \frac{\mu_o \cdot i}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{r_o \cdot z \cdot \cos \phi \cdot d\phi \cdot \hat{i} + r_o \cdot z \cdot \sin \phi \cdot d\phi \cdot \hat{j} + r_o^2 \cdot d\phi \cdot \hat{k}}{(r_o^2 + z^2)^{3/2}}$$

Resolviendo, las integrales de las funciones $\sin \phi$ y $\cos \phi$ se anulan para los límites indicados, quedando la expresión siguiente:

$$\bar{B}(z) = \frac{\mu_o \cdot i}{2} \cdot \frac{r_o^2}{(r_o^2 + z^2)^{3/2}} \hat{k}$$

con la cual se determina el campo magnético generado en una espira circular.

Una aplicación de esta expresión se presenta cuando desea determinarse el campo magnético generado en un par de bobinas de Helmholtz. Las bobinas de Helmholtz son un dispositivo que consiste de dos bobinas circulares del mismo radio, por ejemplo r_o , con un eje común, separadas por una distancia elegida de tal modo que la segunda derivada del vector de inducción magnética se anule en un punto del eje, que se localice a la mitad de la separación entre las bobinas. En tales circunstancias es posible comprobar que el módulo del vector de inducción magnética en la región del espacio indicada es prácticamente constante. Considere entonces, el dispositivo que se muestra en la figura siguiente; donde, $2b$ es la separación entre las bobinas y N es el número de espiras en cada bobina.



Entonces la inducción magnética en el punto P, a partir del ejemplo anterior, se escribe:

$$B_z(z) = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot i \cdot r_0^2}{2} \left\{ \frac{1}{(r_0^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{1}{(r_0^2 + (2b - z)^2)^{3/2}} \right\}$$

Calculando la primera derivada de B_z con respecto a la variable z se obtiene la expresión:

$$\frac{dB_z}{dz} = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot i \cdot r_0^2}{2} \left\{ -\frac{3z}{(r_0^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{3(z - 2b)}{(r_0^2 + (2b - z)^2)^{5/2}} \right\}$$

expresión que se anula cuando $z = b$. De manera análoga, al calcular la segunda derivada de B_z , se tiene:

$$\frac{d^2B_z}{dz^2} = -\frac{3N \cdot \mu_0 \cdot i \cdot r_0^2}{2} \left\{ \frac{1}{(r_0^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{5}{2} \cdot \frac{2z^2}{(r_0^2 + z^2)^{7/2}} + \frac{1}{(r_0^2 + (2b - z)^2)^{5/2}} - \frac{5}{2} \cdot \frac{2(z - 2b)^2}{(r_0^2 + (2b - z)^2)^{7/2}} \right\}$$

evaluando esta expresión para $z = b$ se obtiene:

$$\left. \frac{d^2 B_z}{dz^2} \right|_{z=b} = -\frac{3N \cdot \mu_0 \cdot i \cdot r_0^2}{2} \left\{ \frac{b^2 + r_0^2 - 5b^2 + b^2 + r_0^2 - 5b^2}{(r_0^2 + b^2)^{7/2}} \right\}$$

expresión que se anula si $2r_0^2 - 8b^2 = 0$; es decir $r_0 = 2b$. Lo anterior indica que la condición establecida se cumple si el radio de las bobinas iguala en magnitud a la separación entre ellas; en estas circunstancias, $z = \frac{r_0}{2} = b$, y

$$B_z = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot i \cdot r_0^2}{2} \left\{ \frac{1}{\left(\frac{r_0^2}{4} + r_0^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(\frac{r_0^2}{4} + r_0^2\right)^{3/2}} \right\}$$

Simplificando se obtiene:

$$B_z = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot i}{r_0} \cdot \frac{8}{5^{3/2}}$$

o bien,

$$B_z = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot i}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \cdot r_0}$$

Expresión con la cual se calcula el módulo de la inducción magnética, llamado también magnitud del campo magnético en el punto P.

Bibliografía:

- Reitz R., John; Milford J., Frederick and Christy W., Robert; *“Foundations of Electromagnetic Theory”*; Ed. Addison-Wesley Publishing Company, 1960
- Feynman, Richard P.; Leighton, Robert B. and Sands, Matthew; *“The Feynman Lectures on Physics”*; Vol. 2, Mainly Electromagnetism and Matter; Ed. Addison-Wesley Publishing Company, 1963.

Fis. Salvador E. Villalobos Pérez

Profesor de la Facultad de Ingeniería de la UNAM

obitava@hotmail.com

Por este medio,

NATURALIS



hace llegar a la comunidad de la Facultad

sus mejores deseos

para la navidad y el año próximos