

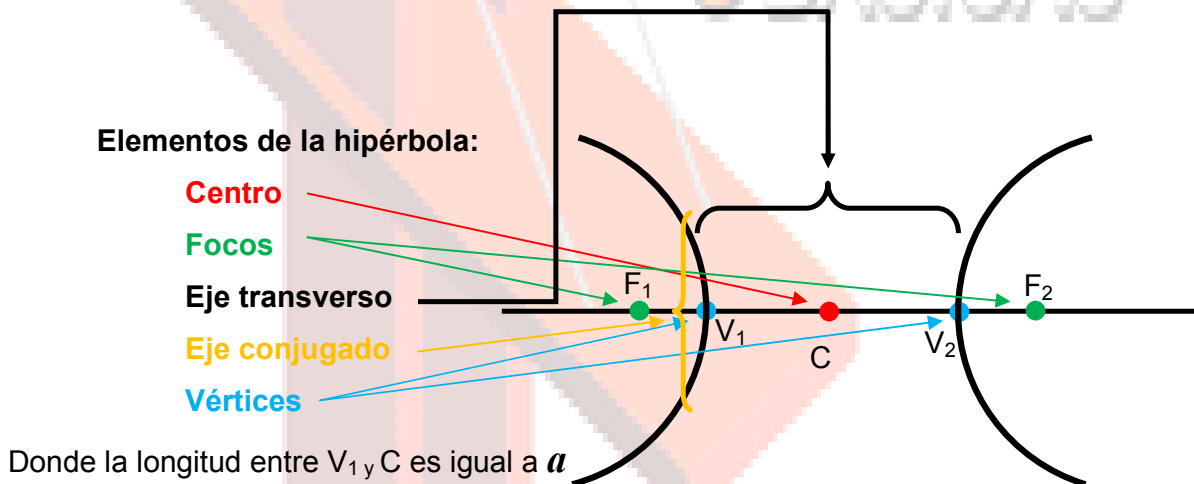


HIPÉRBOLA

DEFINICIÓN

La hipérbola es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos, siempre es constante. A esta distancia constante se le denomina longitud del eje transverso. También existe el eje conjugado, perpendicular al eje transverso y de longitud finita.

La hipérbola puede tener el eje transverso paralelo al eje "X", paralelo al eje "Y" o bien oblicuos.



Centro

Como su nombre lo indica, es el punto central de la hipérbola, es donde se intersecan los ejes conjugado y transverso.

Focos

Son dos puntos localizados sobre el eje de la hipérbola (que será la recta infinita que contiene al centro a los vértices y a los focos), su localización no es arbitraria.



Eje transverso

Es el segmento de recta que une a los vértices de la hipérbola y su longitud equivale a la longitud del segmento V_1V_2 esto es $2a$.

Eje conjugado

Es el segmento de recta perpendicular al eje transverso. Corta a éste en el centro y su longitud es igual a $2b$.

Vértices

Puntos extremos del eje transverso y a la mitad de su distancia se localiza el centro de la hipérbola.

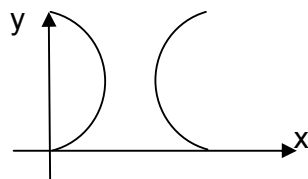
Para la ecuación general de segundo grado una hipérbola tiene por ecuación general a: $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$; Donde A y C tienen signos contrarios.

Ecuación de una hipérbola.

Al igual que en las demás cónicas, los nombres de las constantes que se han dado a las coordenadas del centro de la hipérbola son “h” para la abscisa y “k” para la ordenada. La longitud del eje transverso se denomina $2a$ y la del eje conjugado $2b$. Las constantes mencionadas son datos que se requieren para determinar la ecuación de la hipérbola en estudio. La forma canónica de dicha ecuación es

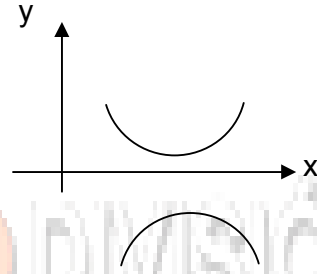
$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \qquad \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Para hipérbolas con eje transverso paralelas al eje “X”





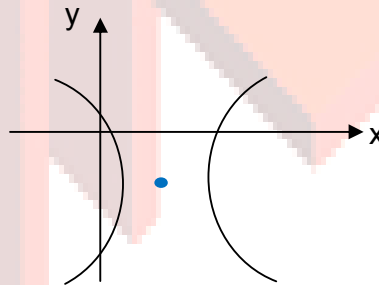
hipérbolas con eje transverso paralelo al eje “Y”



En toda hipérbola siempre se cumple que la constante a es positiva sin importar si dicho número es mayor o menor a la constante “ b ” y este valor permite mostrar a cuál eje, “ X ” o “ Y ” es paralelo el eje transverso de la hipérbola. Se recomienda tener un especial cuidado en esto como se puede apreciar en el siguiente ejemplo:

$$C: \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$$

Efectivamente se trata de una hipérbola, con su eje transverso paralelo al eje “ X ” puesto que el valor cuatro es positivo mientras que el nueve es negativo.





Otro tipo de hipérbola muy importante es la denominada hipérbola equilátera, en la cual las constantes “a” y “b” son iguales como en el siguiente ejemplo:

$$y^2 - x^2 = 1$$

Las constantes son iguales a uno, por lo que la ecuación de la hipérbola podría escribirse: $\frac{y^2}{1^2} - \frac{x^2}{1^2} = 1$

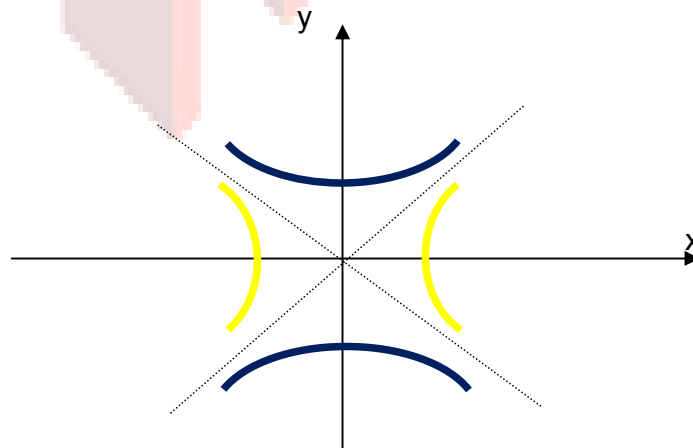
Como 2a es la longitud del eje transverso, al valor “a” se le denomina longitud del semieje transverso y “b” es entonces la longitud del semieje conjugado.

Ejemplo de identificación:

La ecuación $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ representa a la hipérbola con centro

C(2,-1) su eje transverso es paralelo al eje “X” pues nueve es positivo y por lo tanto a=3 y b=2. El eje transverso mide 6 unidades y el eje conjugado 4. Las coordenadas del centro son 2 y -1 ya que en la forma canónica aparecen “x-h” y “y-k” esto es -h=-2 por lo tanto h=2; -k=1 y entonces k=-1.

Por otra parte la hipérbola $\frac{(y+1)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1$ es muy parecida a la anterior y la diferencia básica es que su eje transverso es paralelo al eje “Y”, comparten el mismo centro. Tienen la misma longitud de ejes, pero son distintas hipérbolas.





Ambas hipérbolas son conjugadas, ya que el eje transversal de una es el eje conjugado de la otra.

La ecuación $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ representa a cualquier hipérbola con eje transversal paralelo al eje "X", pero con la particularidad de que su centro se localiza en el origen.

Se recomienda al alumno realizar ejercicios sobre la hipérbola tomando en cuenta las diferentes definiciones presentadas.

DIVISIÓN
CIENCIAS
BÁSICAS