



## FACTORIZACIÓN DE UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS

### Diferencia de cuadrados y binomios conjugados

Se llama *diferencia de cuadrados* a un binomio de la forma

$$a^2 - b^2$$

en donde  $a$  y  $b$  son números reales. Las siguientes expresiones son ejemplos de diferencias de cuadrados:

- 1)  $25 - a^2$
- 2)  $m^2 - n^4$
- 3)  $x^2 - 1$

Se dice que dos binomios son *conjugados* si difieren sólo en un signo.

Ejemplos de binomios conjugados son:

- 1)  $a + b$  y  $a - b$
- 2)  $3 + 2n$  y  $3 - 2n$
- 3)  $-m + k$  y  $-m - k$

### Factorización de una diferencia de cuadrados

La factorización de una diferencia de cuadrados es el producto de dos binomios conjugados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Nótese que el término que cambia de signo en los binomios conjugados es el correspondiente al término que se resta en la diferencia de cuadrados.



Así, si se desea factorizar una diferencia de cuadrados debe obtenerse primero la raíz cuadrada de cada término de la diferencia y, posteriormente, construir con ellas el par de binomios conjugados necesarios para la factorización.

### Ejemplo 1

Factorizar  $36x^2 - 9y^4$

Solución

El proceso se describe en las siguientes tablas:

| Descripción  | Diferencia de cuadrados |          |
|--|-------------------------|----------|
| Se obtiene la raíz cuadrada de cada término de la diferencia | $36x^2$                 | $- 9y^4$ |
|  | $6x$                    | $3y^2$   |

| Descripción  | Binomios conjugados |             |
|--|---------------------|-------------|
| Se construyen los correspondientes binomios conjugados | $6x + 3y^2$         | $6x - 3y^2$ |

Por lo tanto,  $36x^2 - 9y^4 = (6x + 3y^2)(6x - 3y^2)$



### Ejemplo 2

Factorizar  $100x^2y^8 - 49z^4$

Solución

El proceso se describe en las siguientes tablas:

| Descripción  | Diferencia de cuadrados                 |     |                                   |
|--|---|-----|-----------------------------------|
| Se obtiene la raíz cuadrada de cada término de la diferencia | $100x^2y^8$<br>$\downarrow$<br>$10xy^4$ | $-$ | $49z^4$<br>$\downarrow$<br>$7z^2$ |

| Descripción  | Binomios conjugados |                 |
|--|---------------------|-----------------|
| Se construyen los correspondientes binomios conjugados | $10xy^4 + 7z^2$     | $10xy^4 - 7z^2$ |

Por lo tanto,  $100x^2y^8 - 49z^4 = (10xy^4 + 7z^2)(10xy^4 - 7z^2)$

### Ejemplo 3

Factorizar  $(m + 2n)^2 - (m - n)^2$

Solución

El proceso se describe en las siguientes tablas:



| Descripción  | Diferencia de cuadrados       |                                 |
|--|-------------------------------|---------------------------------|
| Se obtiene la raíz cuadrada de cada término de la diferencia | $(m + 2n)^2$<br>↓<br>$m + 2n$ | $-$ $(m - n)^2$<br>↓<br>$m - n$ |

| Descripción  | Binomios conjugados  |
|--|----------------------|
| Se construyen los correspondientes binomios conjugados | $(m + 2n) + (m - n)$ |
|  | $(m + 2n) - (m - n)$ |

Por lo tanto

$$(m + 2n)^2 - (m - n)^2 = [(m + 2n) + (m - n)][(m + 2n) - (m - n)]$$

y al simplificar la última expresión se obtiene

$$(m + 2n)^2 - (m - n)^2 = 3n(2m + n)$$

### Ejemplo 4

Factorizar  $x - y^2$

Solución

El proceso se describe en las siguientes tablas:



| Descripción  | Diferencia de cuadrados |   |                   |
|--|-------------------------|---|-------------------|
| Se obtiene la raíz cuadrada de cada término de la diferencia | $x$<br>↓<br>$\sqrt{x}$  | - | $y^2$<br>↓<br>$y$ |

| Descripción  | Binomios conjugados |                |
|--|---------------------|----------------|
| Se construyen los correspondientes binomios conjugados | $\sqrt{x} + y$      | $\sqrt{x} - y$ |

Por lo tanto,  $x - y^2 = (\sqrt{x} + y)(\sqrt{x} - y)$