



OPERACIONES ALGEBRAICAS FUNDAMENTALES

Monomio

Un monomio es la representación algebraica más elemental y sus componentes son: signo, coeficiente, literal (o literales) y exponente (o exponentes, cada literal tendrá su propio exponente).

En una expresión algebraica una literal representa a un número cualquiera.

Ejemplo 1:

$$-5x^2$$

Ejemplo 2:

$$8x^3w^2$$

Cuando un monomio es positivo se omite el signo.

Ejemplo 3:

$$x^3r^2y = +x^3r^2y$$

Si el coeficiente de un monomio es 1 se omite el coeficiente.

Si el exponente de alguna literal es 1 se omite el exponente.

Adición de expresiones algebraicas

En la adición de expresiones algebraicas es necesario conocer el concepto de términos semejantes. Se llaman términos semejantes a aquellos que sin importar el coeficiente tienen las mismas literales elevadas a los mismos exponentes.

Ejemplo 4:

En la expresión

$$3x^2 - 4xy + 2y^2 + 4y^3 - 8x^2 + 7xy + 5y^2$$



Son términos semejantes:

$$\begin{array}{ll} 3x^2 & y \quad -8x^2 \\ -4xy & y \quad 7xy \\ 2y^2 & y \quad 5y^2 \end{array}$$

Por lo que la expresión se simplifica

$$-5x^2 + 3xy + 4y^3 + 7y^2$$

Ejemplo 5:

Sumar las expresiones

$$5x^2 - 7xy + 11y^2 + 4y \quad y \quad 2x^2 + 3xy - 6y^2 + 2y + 3x$$

$$(5x^2 - 7xy + 11y^2 + 4y) + (2x^2 + 3xy - 6y^2 + 2y + 3x)$$

$$5x^2 - 7xy + 11y^2 + 4y + 2x^2 + 3xy - 6y^2 + 2y + 3x$$

$$7x^2 - 4xy + 5y^2 + 6y + 3x$$

Como se puede observar sólo se suman los términos semejantes, si estos tienen el mismo signo se pone éste y se suman los coeficientes, si tienen signos diferentes se pone el signo del coeficiente mayor y se restan los coeficientes, las literales se ponen con sus exponentes correspondientes.

Resta de expresiones algebraicas

La diferencia de dos polinomios se obtiene al cambiar el signo de los elementos del sustraendo y después sumar algebraicamente todos los términos

Ejemplo 6:

$$\text{Restar } x^2 + 5x - 3y^2 \text{ a } 3x^2 - 8x + 4xy - 5y^2$$



$$3x^2 - 8x + 4xy - 5y^2 - (x^2 + 5x - 3y^2)$$

Se le cambia de signo a todos los términos de $x^2 + 5x - 3y^2$ y se suma algebraicamente a

$$3x^2 - 8x + 4xy - 5y^2$$

$$3x^2 - 8x + 4xy - 5y^2 - x^2 - 5x + 3y^2$$

después de simplificar se obtiene

$$2x^2 - 13x + 4xy - 2y^2$$

Ejemplo 7:

Restar $2x^2 - 4xy + 3y^2 - 2x$

a

$$5x^2 + 2xy + 8y^2 + 4x + 3y$$

$$(5x^2 + 2xy + 8y^2 + 4x + 3y) - (2x^2 - 4xy + 3y^2 - 2x)$$

La resta es equivalente a cambiar el signo de $2x^2 - 4xy + 3y^2 - 2x$ y sumarlo algebraicamente a $5x^2 + 2xy + 8y^2 + 4x + 3y$

$$5x^2 + 2xy + 8y^2 + 4x + 3y - 2x^2 + 4xy - 3y^2 + 2x$$

posteriormente se simplifica sumando los términos semejantes

$$3x^2 + 6xy + 5y^2 + 6x + 3y$$

Multiplicación de expresiones algebraicas

Multiplicación de dos monomios

Para multiplicar dos monomios se aplica la regla de los signos, los coeficientes se multiplican y las literales cuando son iguales se escribe la literal y se suman los exponentes, si las literales son diferentes se pone cada literal con su correspondiente exponente.

Cuando se multiplican dos expresiones con el mismo signo el producto tiene



signo positivo, si se multiplican expresiones una con signo positivo y otra con signo negativo entonces el producto tiene signo negativo.

Regla de los signos para la multiplicación

Signo del 1er. factor	Signo del 2do. factor		resultado
+	+	=	+
+	-	=	-
-	+	=	-
-	-	=	+

Tabla 1. Leyes de los signos de la multiplicación

Ejemplo 8:

Multiplicar $3x^3y^2$ por $7x^4$

$$(3x^3y^2)(7x^4)$$

los coeficientes se multiplican, el exponente de x es la suma de los exponentes que tiene en cada factor y como y solo está en uno de los factores se escribe y con su propio exponente.

$$\begin{aligned} &(3)(7)x^{3+4}y^2 \\ &21x^7y^2 \end{aligned}$$

Ejemplo 9:

Multiplicar $-4w^3z^4$ por $-6w^2z^5$

$$(-4w^3z^4)(-6w^2z^5)$$

En la multiplicación de dos expresiones negativas el producto es positivo

$$\begin{aligned} &(-4)(-6)w^{3+2}z^{4+5} \\ &24w^5z^9 \end{aligned}$$

Ejemplo 10:

Multiplicar $8a^2b^3$ por $-2a^4b^6$

$$(8a^2b^3)(-2a^4b^6)$$



en la multiplicación de una expresión positiva y una negativa el producto es negativo

$$(8)(-2) a^{2+4} b^{3+6} \\ -16a^6b^9$$

Multiplicación de dos polinomios

Un polinomio es una expresión algebraica que consta de la suma de dos o más monomios.

Para poder multiplicar dos polinomios se utiliza la propiedad de la distributividad de la multiplicación sobre la adición aplicándolo del primero sobre el segundo y después aplicando la misma propiedad sobre el resultado de tal manera que: El producto de dos polinomios se realiza multiplicando cada término del primero por cada término del segundo, aplicando la reglas de la multiplicación a los signos, a los coeficientes y a las literales con sus exponentes correspondientes, posteriormente se suman los términos semejantes.

Ejemplo 11:

Multiplicar $(2x^2 + xy - 3y^2)$ por $(3x - 4y)$

$$(2x^2 + xy - 3y^2)(3x - 4y) \\ (2x^2 + xy - 3y^2)(3x) - (2x^2 + xy - 3y^2)(4y)$$

aplicando la propiedad de distributividad de la multiplicación sobre la adición, posteriormente simplificamos la expresión sumando los términos semejantes.

$$6x^3 + 3x^2y - 9xy^2 - 8x^2y - 4xy^2 + 12y^3 \\ 6x^3 + 3x^2y - 13xy^2 - 8x^2y + 12y^3 \\ 6x^3 - 5x^2y - 13xy^2 + 12y^3$$

Ejemplo 12:

Multiplicar $(4x^2 + 6xy - 7y^2)$ por $(2x^2 - 3xy + 4y^2)$

$$(4x^2 + 6xy - 7y^2)(2x^2 - 3xy + 4y^2)$$

aplicando la propiedad de distributividad de la multiplicación sobre la suma

$$(4x^2 + 6xy - 7y^2)(2x^2) - (4x^2 + 6xy - 7y^2)(3xy) + (4x^2 + 6xy - 7y^2)(4y^2)$$



$$8x^4 + 12x^3y - 14x^2y^2 - 12x^3y - 18x^2y^2 + 21xy^3 + 16x^2y^2 + 24xy^3 - 28y^4$$

posteriormente simplificamos la expresión sumando los términos semejantes

$$8x^4 - 16x^2y^2 + 45xy^3 - 28y^4$$

División

La división de dos monomios

En la división de dos monomios se aplica la regla de los signos , el cociente de dos números positivos es positivo, el cociente de dos números negativos es positivo, el cociente de un número positivo entre uno negativo es negativo, el cociente de un número negativo entre uno positivo es negativo.

En cuanto a los demás elementos se aplican las siguientes reglas, se dividen los coeficientes, si esto es posible, en cuanto a las literales si hay alguna que esté tanto en el numerador como en el denominador, si el exponente del numerador es el mayor se pone la literal en el numerador y al exponente se le resta el exponente de la literal del denominador, en caso contrario se pone la literal en el denominador y a su exponente se le resta el del numerador .

Ejemplo 13:

Simplificar

$$\frac{9x^3y^2}{3x^2w}$$

$$\frac{9x^3y^2}{3x^2w} = \frac{3xy^2}{w}$$



Ejemplo 14:

Dividir $4x^3w y^4$ entre $16x^2y^5$

$$\frac{4x^3w y^4}{16x^2y^5} = \frac{xw}{4y}$$

Ejemplo 15:

Dividir $7m^2r w^5$ entre $4m^3r^2w^3$

$$\frac{7m^2r w^5}{4m^3r^2w^3} = \frac{7w^2}{4 m r}$$