

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA



PROGRAMA DE ESTUDIO  
*Aprobado por el Consejo Técnico de la Facultad de Ingeniería en su sesión ordinaria del 19 de noviembre de 2008*

**CÁLCULO VECTORIAL**

**0063**

**3°**

**09**

Asignatura

Clave

Semestre

Créditos

**Ciencias Básicas**

**Matemáticas**

**Ingeniería Mecatrónica**

División

Coordinación

Carrera(s) en que se imparte

**Asignatura:**

**Horas:**

**Total (horas):**

Obligatoria

Teóricas

Semana

Optativa

Prácticas

16 Semanas

**Modalidad:** Curso

**Seriación obligatoria antecedente:** Cálculo Integral

**Seriación obligatoria consecuente:** Ninguna

**Objetivo(s) del curso:**

El alumno conocerá los criterios para optimizar funciones de dos o más variables, analizará funciones vectoriales y calculará integrales de línea e integrales múltiples para resolver problemas físicos y geométricos.

**Temario**

NÚM.	NOMBRE	HORAS
1.	Extremos de funciones de dos o más variables	13.5
2.	Funciones vectoriales	25.5
3.	Integrales de línea	12.0
4.	Integrales múltiples	21.0
		<hr/>
		72.0
	Prácticas de laboratorio	0.0
		<hr/>
	Total	72.0



## 1 Extremos de funciones de dos o más variables

**Objetivo:** El alumno determinará los valores extremos de funciones de dos o más variables y resolverá problemas de optimización relacionados con ingeniería.

### Contenido:

- 1.1 Máximos y mínimos, relativos y absolutos, para funciones de dos y de tres variables independientes. Puntos críticos. Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea extremo relativo o punto silla.
- 1.2 Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos y de tres variables independientes. Conceptos de matriz y determinante hessianos. Resolución de problemas.
- 1.3 Formulación del problema de máximos y mínimos relativos con restricciones. Establecimiento de la ecuación de Lagrange a través de sus elementos multiplicadores. Resolución de problemas de máximos y mínimos con restricciones y absolutos.

## 2 Funciones vectoriales

**Objetivo:** El alumno utilizará e interpretará las variaciones de una función vectorial de variable vectorial y las aplicará para resolver problemas físicos y geométricos en el sistema de referencia más conveniente.

### Contenido:

- 2.1 Definición de función vectorial de variable escalar y de función vectorial de variable vectorial. Ejemplos físicos y geométricos y su representación gráfica para los casos de una, dos o tres variables independientes y dos o tres variables dependientes. Concepto de campo vectorial.
- 2.2 Definición, interpretación geométrica y cálculo de la derivada de una función vectorial de variable escalar y de las derivadas parciales de una función vectorial de variable vectorial. Propiedades de la derivada de funciones vectoriales.
- 2.3 Ecuación vectorial de una curva. Análisis de curvas a través de la longitud de arco como parámetro. Deducción del triedro móvil y de las fórmulas de Frenet-Serret. Aplicaciones a la mecánica.
- 2.4 Vector normal a una superficie a partir de su ecuación vectorial, aplicaciones.
- 2.5 Diferencial de funciones vectoriales de variable escalar y de variable vectorial. Interpretación geométrica.
- 2.6 Concepto de coordenadas curvilíneas. Coordenadas curvilíneas ortogonales. Ecuaciones de transformación. Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas. Concepto de jacobiano de la transformación y determinación de la existencia de la inversa de ésta. Propiedades del jacobiano. Definición e interpretación de los puntos singulares. Estudio de los vectores base, de los factores de escala y de la diferencial del vector de posición. Análisis de las coordenadas curvilíneas ortogonales: polares, cilíndricas, esféricas y otros sistemas.
- 2.7 Generalización del concepto de gradiente.



- 2.8 Definiciones de divergencia y de rotacional, interpretaciones físicas. Campos irrotacional y solenoidal, aplicaciones. Concepto y aplicaciones del laplaciano. Función armónica. Propiedades del operador nabla aplicado a funciones vectoriales. Obtención del gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano en coordenadas curvilíneas ortogonales.

### 3 Integrales de línea

**Objetivo:**

El alumno calculará integrales de línea de funciones vectoriales y las aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos.

**Contenido:**

- 3.1 Integración de funciones vectoriales, aplicaciones. Definición y propiedades de la integral de línea. Integral de línea a lo largo de una curva cerrada. Cálculo de integrales de línea mediante parametrización. Independencia de la parametrización.
- 3.2 La integral de línea como modelo matemático del trabajo y sus representaciones vectorial, paramétrica y diferencial. Conceptos físicos y matemático de campo conservativo.
- 3.3 Concepto de función potencial. Integración de la diferencial exacta. Cálculo de la función potencial. Relación entre la independencia de la trayectoria, la diferencial exacta y el campo conservativo.
- 3.4 Cálculo de la integral de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.

### 4 Integrales múltiples

**Objetivo:** El alumno calculará integrales múltiples y las aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos, así como utilizará los teoremas de Gauss y Stokes para calcular integrales de superficie.

**Contenido:**

- 4.1 Definición e interpretación geométrica de la integral doble. Integrabilidad de funciones continuas.
- 4.2 Concepto de integral reiterada. Cálculo de la integral doble mediante la reiterada. Concepto y representación gráfica de regiones. Cálculo de integrales dobles en regiones regulares. Aplicaciones en cálculo de áreas y volúmenes. Cálculo de integrales dobles con cambio a coordenadas curvilíneas.
- 4.3 Enunciado, demostración y aplicaciones del teorema de Green.
- 4.4 Cálculo del área de una superficie alabeada en coordenadas cartesianas y cuando está dada por sus ecuaciones paramétricas. Integral de superficie, aplicaciones.
- 4.5 Concepto e interpretación geométrica de la integral triple. Integral reiterada en tres dimensiones. Cálculo de la integral triple en regiones regulares. Cálculo de volúmenes. Integrales triples en coordenadas cilíndricas, esféricas y en algún otro sistema coordenado curvilíneo.
- 4.6 Teorema de Stokes. Teorema de Gauss.

**Bibliografía básica:****Temas para los que se recomienda:**

PITA Ruiz, Claudio

*Cálculo Vectorial*

México

Prentice-Hall Hispanoamericana, 1995

**Todos**

MARSDEN, Jerrold E. y TROMBA, Anthony J.

*Cálculo Vectorial*

México

Prentice-Hall Hispanoamericana, 1995

**Todos**

MENA, Baltasar

*Introducción al Cálculo Vectorial*

México

Thomson, 2003

**Todos****Bibliografía complementaria:****Temas para los que se recomienda:**

ESTRADA, O., GARCÍA, P. y MONSIVAIS, G.

*Cálculo Vectorial y Aplicaciones*

1a edición

México

Grupo Editorial Iberoamérica, 1999

**Todos**

HAASER, Norman B., LA SALLE, Joseph P.Y

SULLIVAN, Joseph A.

*Análisis Matemático. Curso intermedio*

México

Editorial Trillas, 1970

**Todos**

DAVIS, Harry F. y SNIDER, Arthur D.

*Análisis Vectorial*

México

McGraw Hill, 1993

**2, 3 y 4**

HSU, Hwei P.

*Análisis Vectorial*

EUA

Addison-Wesley Iberoamericana, 1987

**2, 3 y 4**



SWOKOWSKI, Earl W., OLINICK Michael y PENCE Dennis

Todos

*Calculus*

6th edition,

USA

P.W.S. Publishing Company, 1994

**Sugerencias didácticas:**

Exposición oral	<b>X</b>
Exposición audiovisual	<b>X</b>
Ejercicios dentro de clase	<b>X</b>
Ejercicios fuera del aula	<b>X</b>
Seminarios	

Lecturas obligatorias	<b>X</b>
Trabajos de investigación	<b>X</b>
Prácticas de taller o laboratorio	
Prácticas de campo	
Otras: Empleo de nuevas tecnologías	<b>X</b>

**Forma de evaluar:**

Exámenes parciales	<b>X</b>
Exámenes finales	<b>X</b>
Trabajos y tareas fuera del aula	<b>X</b>

Participación en clase	<b>X</b>
Asistencias a prácticas	
Otras:	

**Perfil profesiográfico de quienes pueden impartir la asignatura**

Licenciatura en Ingeniería, Matemáticas, Física o en carreras cuyo contenido en el área de matemáticas sea similar. Deseable haber realizado estudios de posgrado, contar con experiencia docente o haber participado en cursos o seminarios de iniciación en la práctica docente.