Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería
División de Ciencias Básicas
Coordinación de Matemáticas
CÁLCULO VECTORIAL
SEGUNDO EXAMEN FINAL COLEGIADO

Semestre: 2018-1

14 de diciembre de 2017 **Duración máxima: 2 horas**

Nombre: ____ No. de cuenta: ____________

1. Se desea construir una caja de base rectangular con tapa cuyo volumen sea de 8 m^3 . Calcula las dimensiones de la caja, de manera que se emplee la cantidad mínima de material.

15 PUNTOS

2. Sea la curva $C: \begin{cases} y = x \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$

Determina en el origen de coordenadas:

a) Los vectores del triedro móvil de C.

b) La curvatura de C.

c) Las coordenadas del centro de la circunferencia de curvatura de C.

d) Una ecuación general del plano osculador de C.

20 PUNTOS

3. Obtén el laplaciano de la función

$$f(x, y, z) = \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{\frac{5}{2}}$$

en el punto $B(1, 1, 0)$.

15 PUNTOS

4. Determina $\oint_C \bar{F} \cdot d\,\bar{r}$ **para el campo vectorial**

$$\bar{F}(r,\theta,z) = \left[r^2\, sen^2(\theta)\right]\hat{e}_r + \left[z^2 \cos^2(\theta)\right]\hat{e}_\theta + (r^2 z)\,\hat{e}_z$$

y la circunferencia $C: \begin{cases} r = 2 \\ z = 3 \end{cases}$

Tanto el campo como la circunferencia están definidos en coordenadas cilíndricas circulares.

15 PUNTOS

5. Emplea el Teorema de Stokes para determinar la circulación del campo

$$\bar{F}(x,\ y,\ z) = (x+y)\ i + (y-z)\ j + (x+z)\ k$$

a lo largo de una vuelta a la curva $C: \begin{cases} z = 2x \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$

20 PUNTOS

6. Calcula el flujo neto del campo vectorial

$$\bar{F}(x,y,z) = (x)i + (y+z^2)\,j + (x^2+y^2+z)k$$

que atraviesa la superficie cerrada limitada por el plano XY y el paraboloide de ecuación $x^2 + y^2 + z = 4$

15 PUNTOS