



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería
División de Ciencias Básicas
Coordinación de Matemáticas
CÁLCULO VECTORIAL
SEGUNDO EXAMEN FINAL COLEGIADO



Semestre: 2018-1

14 de diciembre de 2017

Duración máxima: 2 horas

Nombre: _____

No. de cuenta: _____

1. Se desea construir una caja de base rectangular con tapa cuyo volumen sea de 8 m^3 . Calcula las dimensiones de la caja, de manera que se emplee la cantidad mínima de material.

15 PUNTOS

2. Sea la curva $C: \begin{cases} y = x \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$

Determina en el origen de coordenadas:

- Los vectores del triedro móvil de C .
- La curvatura de C .
- Las coordenadas del centro de la circunferencia de curvatura de C .
- Una ecuación general del plano osculador de C .

20 PUNTOS

3. Obtén el laplaciano de la función

$$f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}$$

en el punto $B(1, 1, 0)$.

15 PUNTOS

4. Determina $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ para el campo vectorial

$$\vec{F}(r, \theta, z) = [r^2 \operatorname{sen}^2(\theta)] \hat{e}_r + [z^2 \operatorname{cos}^2(\theta)] \hat{e}_\theta + (r^2 z) \hat{e}_z$$

y la circunferencia $C: \begin{cases} r = 2 \\ z = 3 \end{cases}$

Tanto el campo como la circunferencia están definidos en coordenadas cilíndricas circulares.

15 PUNTOS

5. Emplea el Teorema de Stokes para determinar la circulación del campo

$$\vec{F}(x, y, z) = (x + y) \mathbf{i} + (y - z) \mathbf{j} + (x + z) \mathbf{k}$$

a lo largo de una vuelta a la curva $C: \begin{cases} z = 2x \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$

20 PUNTOS

6. Calcula el flujo neto del campo vectorial

$$\vec{F}(x, y, z) = (x) \mathbf{i} + (y + z^2) \mathbf{j} + (x^2 + y^2 + z) \mathbf{k}$$

que atraviesa la superficie cerrada limitada por el plano XY y el paraboloides de ecuación $x^2 + y^2 + z = 4$

15 PUNTOS