

Cálculo Integral

SERIE 3

Mediante la aplicación del método correspondiente, obtener el resultado de las siguientes integrales:

$$1. \int \frac{dx}{e^{-x}(e^{2x} - 1)(e^x - 1)}$$

**Solución:**  $\ln \sqrt[4]{\frac{e^x+1}{e^x-1}} - \frac{1}{2(e^x-1)} + C$

$$2. \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 1} dx$$

**Solución:**  $x + \ln \sqrt[3]{\frac{(x-1)^2}{x^2+x+1}} - \frac{2\sqrt{3}}{3} \operatorname{angtan} \left( \frac{\sqrt{3}}{3} (2x + 1) \right) + C$

$$3. \int \frac{5r^2 + 3r - 2}{r^3 + 2r^2} dr$$

**Solución:**  $\ln |r^2(r + 2)^3| + \frac{1}{r} + C$

$$4. \int \frac{2t^3 - t^2 + 3t - 1}{t^4 + 3t^2 + 2} dt$$

**Solución:**  $\ln \sqrt{(t^2 + 1)(t^2 + 2)} - \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{angtan} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} t \right) + C$

$$5. \int \frac{3y^2 - 4y + 5}{y^3 - y^2 + y - 1} dy$$

**Solución:**  $\ln \sqrt{(y - 1)^4(y^2 + 1)} - 3 \operatorname{angtan}(y) + C$

$$6. \int \frac{e^x}{(e^x + 5)^2(e^x - 1)} dx$$

**Solución:**  $\ln \sqrt[36]{\frac{e^x-1}{e^x+5}} + \frac{1}{6(e^x+5)} + C$

$$7. \int \frac{(\ln x)^2}{x(\ln x + 1)^3} dx$$

**Solución:**  $\ln|(\ln x) + 1| + \frac{\ln(x^4)+3}{2((\ln x)+1)^2} + C$

$$8. \int \text{sen}(\sqrt{x}) dx$$

**Solución:**  $-2\sqrt{x}\cos(\sqrt{x}) + 2\text{sen}(\sqrt{x}) + C$

$$9. \int_{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{\pi}} x^3 \text{sen}(x^2) dx$$

**Solución:**  $\frac{1}{2}(\pi - 1)$

$$10. \int \theta^2 \ln(1 + \sqrt{\theta}) d\theta$$

**Solución:**  $(\ln^3 \sqrt{1 + \sqrt{\theta}})(\theta^3 - 1) - \frac{1}{18}\theta^3 + \frac{1}{15}\sqrt{\theta^5} - \frac{1}{12}\theta^2 + \frac{1}{9}\sqrt{\theta^3} - \frac{1}{6}\theta + \frac{1}{3}\sqrt{\theta} + C$

$$11. \int_0^1 x \text{angcos}(x) dx$$

**Solución:**  $\frac{\pi}{8}$

$$12. \int x \text{angsec}(x) dx$$

**Solución:**  $\frac{1}{2}x^2 \text{angsec}(x) - \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 1} + C$

$$13. \int \theta^3 \text{sen}(\pi\theta) d\theta$$

**Solución:**  $-\frac{\theta^3}{\pi} \cos(\pi\theta) + 3\frac{\theta^2}{\pi^2} \text{sen}(\pi\theta) + 6\frac{\theta}{\pi^3} \cos(\pi\theta) - 6\frac{1}{\pi^4} \text{sen}(\pi\theta) + C$

$$14. \int_1^2 x^4 (\ln x)^2 dx$$

**Solución:**  $\frac{32}{5}(\ln(2))^2 - \frac{64}{25}\ln(2) + \frac{62}{125}$

15.  $\int e^x \sqrt{1 - e^{2x}} dx$

**Solución:**  $\frac{1}{2} \operatorname{angsen}(e^x) + \frac{1}{2} e^x \sqrt{1 - e^{2x}} + C$

16.  $\int \frac{1}{x^4 + 4x^2 + 4} dx$

**Solución:**  $\frac{\sqrt{2}}{8} \operatorname{angtan}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) + \frac{x}{4(x^2+2)} + C$

17.  $\int e^x \sqrt{e^{2x} + 1} dx$

**Solución:**  $\frac{1}{2} \ln|e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}| + \frac{1}{2} e^x \sqrt{e^{2x} + 1} + C$

18.  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx$

**Solución:**  $-\frac{1}{3} \left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right)^3 + C$

19.  $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$

**Solución:**  $\operatorname{angsen}\left(\frac{x-2}{2}\right) + C$

20.  $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$

**Solución:**  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

21.  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 6x + 12}} dx$

**Solución:**  $\sqrt{x^2 + 6x + 12} - 3 \ln|\sqrt{x^2 + 6x + 12} + (x + 3)| + C$

$$22. \int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 9}} dx$$

Solución:  $9(2 - \sqrt{2})$

$$23. \int e^x \operatorname{sen}^2(e^x) \cos^2(e^x) dx$$

Solución:  $\frac{1}{8}e^x - \frac{1}{32}\operatorname{sen}(4e^x) + C$

$$24. \int \sec^5 x dx$$

Solución:  $\frac{1}{4}\sec^3 x \tan x + \frac{3}{8}\sec x \tan x + \frac{3}{8}\ln|\sec x + \tan x| + C$

$$25. \int x \operatorname{sen}^4(x^2) dx$$

Solución:  $\frac{3}{16}x^2 - \frac{1}{8}\operatorname{sen}(2x^2) + \frac{1}{64}\operatorname{sen}(4x^2) + C$

$$26. \int (1 + \tan x)^2 \sec x dx$$

Solución:  $2\sec x + \frac{1}{2}\sec x \tan x + \frac{1}{2}\ln|\sec x + \tan x| + C$

$$27. \int \frac{\tan^3 x}{\sqrt{\sec x}} dx$$

Solución:  $\frac{2}{3}\sqrt{(\sec x)^3} + \frac{2}{\sqrt{\sec x}} + C$

$$28. \int \cot^3 x dx$$

Solución:  $-\frac{1}{2}\operatorname{csc}^2 x - \ln|\operatorname{sen} x| + C$

$$29. \int \cot^{10} x \operatorname{csc}^4 x dx$$

Solución:  $-\frac{1}{11}\cot^{11} x - \frac{1}{13}\cot^{13} x + C$

$$30. \int \frac{\sec^4(1-x)}{\tan^8(1-x)} dx$$

**Solución:**  $\frac{1}{7\tan^7(1-x)} + \frac{1}{5\tan^5(1-x)} + C$

31. Obtener el área que encierra la elipse de ecuación:

$$3x^2 + 4y^2 - 12 = 0$$

**Solución:**  $2\sqrt{3}\pi$  ( $u^2$ )

32. Hallar el volumen del sólido que se genera, al hacer girar alrededor del eje y, la región acotada por las gráficas de:

$$f(x) = \operatorname{sen}x, \quad g(x) = \operatorname{cos}x, \quad x = \frac{\pi}{4}, \quad x = \frac{5\pi}{4}$$

**Solución:**  $3\sqrt{2}\pi^2$  ( $u^3$ )