UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

CÁLCULO INTEGRAL

SERIE 3

Mediante la aplicación del método correspondiente, obtener el resultado de las siguientes integrales:

1. $$\int \frac{\cos^{\frac{2}{3}} x}{\operatorname{sen}^{\frac{8}{3}} x}\, dx$$

Solución: $-\frac{3}{5}\cot^{\frac{5}{3}} x + C$

2. $$\int \frac{x}{x^4 + x^2 + 1}\, dx$$

Solución: $\frac{\sqrt{3}}{3}\, ang\, tan \frac{2}{\sqrt{3}}\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) + C$

3. $$\int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{1}{e^x}\right)^2 - 1}}$$

Solución: $-ang\, sec\left(e^{-x}\right) + C$

4. $$\int \frac{4\operatorname{sen} x \cos x}{\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x}\, dx$$

Solución: $\ln\left|\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x\right| + C$

Efectuar :

$$5. \quad \int sen\ 2x\ cos\ \frac{x}{3}\ dx$$

$$6. \quad \int sen^4\ 3x\ dx$$

$$Solución:\ \frac{3}{8}x - \frac{1}{12} sen\ 6x + \frac{1}{96}\ sen 12x + C$$

$$7. \quad \int sen^4\ x\, cos^5\, x\ dx$$

$$Solución:\ \frac{sen^5 x}{5} - \frac{2}{7} sen^7 x + \frac{sen^9 x}{9} + C$$

$$8. \quad \int sech^3 x\ \ tanh\, x\ \ dx$$

$$9. \quad \int 4x\left(ang sec\, x\right)\, dx$$

$$Solución:\ 2x^2\, ang sec\ x\ - 2\sqrt{x^2-1}\ + C$$

$$10. \quad \int \frac{x^3+1}{x^2-x^3}\ dx$$

$$Solución:\ -x + ln\, x - \frac{1}{x} - 2ln\left(x-1\right) + C$$

$$= -x - \frac{1}{x} + ln\left|\frac{x}{\left(x-1\right)^2}\right| + C$$

11. $\displaystyle\int \frac{dx}{x\ ln\, x}$

$Solución:\quad ln\left[ln\, x\right]+C$

12. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$

$Solución:\quad ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+C$

13. $\displaystyle\int \frac{2x}{x^2+x+1}\ dx$

$Solución:\quad ln\left(x^2+x+1\right)-\frac{2}{\sqrt{3}}\ ang\,tan\frac{2\left(x+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}\ +C$

14. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2}\ dx$

$Solución:\quad ang\,cos\frac{x}{3}-\frac{\sqrt{9-x^2}}{x}\ +C$

15. $\displaystyle\int \left(x^2-1\right)e^x\ \ dx$

$Solución:\quad x^2e^x-2xe^x+e^x+C$

16. $\displaystyle\int \frac{x\,e^x}{\left(x+1\right)^2}\ dx$

$Solución:\quad -\frac{x\,e^x}{x+1}+e^x+C$

17. $\displaystyle\int \frac{dx}{\left(x^2+1\right)^2}$

$$Solución: \ \frac{angtan(x)}{2}+\frac{x}{2x^2+2}+C$$

18. $\displaystyle\int \frac{x^2+\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}}\,dx$

$$Solución: \ \frac{3}{8}\sqrt[3]{\left(x+1\right)^8}-\frac{6}{5}\sqrt[3]{\left(x+1\right)^5}+\frac{3}{2}\sqrt[3]{\left(x+1\right)^2}+\frac{6}{7}\sqrt[6]{\left(x+1\right)^7}+C$$

19. $\displaystyle\int \sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}\ dx$

$$Solución: \ \frac{12}{13}\left(1+x^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{13}{3}}-\frac{18}{5}\left(1+x^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{10}{3}}+\frac{36}{7}\left(1+x^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{7}{3}}-3\left(1+x^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{4}{3}}+C$$

20. *Calcular el área de la región limitada por las gráficas de ecuaciones:*

a) $f(x)=3(x^3-x)$ y $g(x)=0$

$$Solución: \frac{3}{2}u^2$$

b) $y=e^x$, $y=e^{-x}$ y $x=1$

$$Solución: \left[\frac{1}{e}\left(e^2+1\right)-2\right]u^2$$

$c)\quad x=\dfrac{y^2}{2} \quad y \quad x=y+4$

$Solución: 18\ u^2$

21.*Calcular el área de la región limitada por la elipse de ecuación:*

$$4x^2+y^2=4$$

$Solución:\ 2\pi\ u^2$

22.*Calcular el volumen del sólido que se genera al girar alrededor del eje de las abscisas la región limitada por las gráficas:*

$a)\quad y=x^2+1\ ,\ y=0\ ,\ x=0 \quad y \quad x=1$

$Solución: \dfrac{28}{15}\pi\ \ u^3$

$b)\quad y=e^{-x}\ ,\ y=0\ ,\ x=0 \quad y \quad x=1$

$c)\quad y=0\ ,\ x=5 \quad y \quad x=y^{\frac{2}{3}}+1$

$Solución:\ 64\pi\ \ u^3$

23.*Por medio de integrales calcular el volumen de una esfera de radio* $r=2\ cm$.

$Solución:\ V=\dfrac{32}{3}\pi\ u^3$

24. *Calcular el área de la región limitada por las graficas de ecuación* $y=\sec x$ *y* $y=\cos x$, *en el intervalo* $\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$.

$$Solución:\ A=\ln\left(\sqrt{2}+1\right)-\frac{1}{\sqrt{2}}\ u^2$$

25. *Calcular el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la region limitada por las gráficas de* $y=x^2$ *y de* $y=-x^2+1$, *alrededor del eje de las abscisas.*

$$Solución:\ V=\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi\ u^3$$

26. *Obtener la longitud de la curva de ecuación* $y=\dfrac{x^3}{6}+\dfrac{1}{2x}$, *en el intervalo* $[1,3]$.

$$Solución:\ L=\frac{14}{3}\ u$$

27. *Por medio de integrales calcular el perímetro del círculo definido por la circunferencia de ecuación* $x^2+y^2-9=0$.

28. *Calcular la longitud de la curva de ecuación* $y=\ln\left|\cos x\right|$, *desde el punto cuya abscisa es* $x=0$, *hasta el punto cuya ordenada es* $y=\ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

$$Solución:\ L=\ln\left(\sqrt{2}+1\right)\ u$$

29. *Calcular el volumen del sólido que se genera al hacer girar el círculo limitado por la cincunferencia de ecuacion* $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=1$, *alrededor del eje de las ordenadas.*