SERIE DEL CAPÍTULO I

"SUCESIONES Y SERIES"

Escribir cuatro términos más de cada sucesión y una expresión que represente el término general (término enésimo).

I.1 $-1\,,\ 1\,,\ -1\,,\ 1\,,\ldots$

I.2 $-\frac{1}{2}\,,\ \frac{1}{3}\,,\ -\frac{1}{4}\,,\ \frac{1}{5}\,,\ldots$

I.3 $0\,,\ \frac{1}{4}\,,\ \frac{2}{5}\,,\ \frac{1}{2}\,,\ldots$

I.4 $-2\,,\ -\frac{1}{3}\,,\ 0\,,\ \frac{1}{7}\,,\ \frac{2}{9}\,,\ldots$

I.5 $1\,,\ 1\,,\ \frac{3}{4}\,,\ \frac{1}{2}\,,\ \ldots$

I.6 $1\,,\ 0\,,\ -\frac{1}{5}\,,\ -\frac{2}{7}\,,\ldots$

Mediante del cálculo del límite de la expresión que representa las sumas parciales de las siguientes series, determinar su carácter.

I.7 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

I.8 $$\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)$$

I.9 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}}$$

I.10 $$\sum_{n=1}^{\infty} n$$

Sabiendo que

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{n^2} + \ldots$ **es convergente.**

y que

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)(n+3)} = \frac{3}{2(4)} + \frac{4}{3(5)} + \frac{5}{4(6)} + \frac{6}{5(7)} + \ldots + \frac{n+2}{(n+1)(n+3)} + \ldots$

es divergente

Determinar el carácter de la serie dada aplicando el criterio de comparación:

I.11 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$

I.12 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n+1}$

I.13 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2}$

I.14 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(n+2)}{2n+6}$

Determinar si la serie dada converge o diverge. Si es convergente, calcular su suma.

I.15 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{2^{n}}$

I.16 $\sum_{n=1}^{\infty} (0.9)^{n}$

I.17 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10)^{n}}$

I.18 **Expresar el número decimal ilimitado periódico** $0.6666\ldots$ **como una serie geométrica y determinar su suma si es convergente.**

I.19 **Se deja caer una pelota desde una altura de** 10 **metros y rebota sucesivamente hasta quedar en reposo. Si la altura que alcanza en cada rebote es de** $\frac{9}{10}$ **de la altura que tomó en el rebote anterior. Calcular la distancia vertical total recorrida por la pelota.**

I.20 **Investigar si la serie de signos alternados** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2 + 4}$ **es convergente o es divergente.**

I.21 **Indicar el carácter de la serie** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sqrt{n}$ **.**

Obtener el intervalo de convergencia de las siguientes series, en cada caso incluir el análisis de los extremos.

I.22 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n}}{n+2}$

I.23 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n}}{n!}$

I.24 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}\, x^{n}}{n\, 2^{n}}$

I.25 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^{n}} (2x-1)^{n}$

I.26 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n!\,(2x-1)^{n}$

I.27 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{10^n}$

I.28 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3^n (n+1)^n}$

Obtener la representación en serie de Maclaurin de las siguientes funciones:

I.29 $g(x) = \frac{1}{x+2}$

I.30 $h(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$

I.31 $l(x) = sen\, 2x$

I.32 $f(x) = e^{2x}$

Obtener la representación en serie de Taylor de las siguientes funciones:

I.33 $g(x) = \dfrac{1}{x-1}$ **alrededor de** $x = 4$

I.34 $i(x) = cos\,x$ **alrededor de** $x = \pi$

I.35 $j(x) = \ln(x-1)$ **alrededor de** $x = 2$