

Ejercicios del tema 7

Recta y el plano

Semestre 2020-2

1.- Sea la recta L que contiene a los puntos $A(2, -1, 3)$ y $B(0, 1, 2)$.

Obtener:

a) la distancia del punto $M(0, -1, 1)$ a la recta L .

b) el ángulo que forman L y la recta $R: \begin{cases} \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} \\ z = 0 \end{cases}$.

2.- Sea la recta L que contiene al punto $A(2, -1, 0)$ y es paralela al vector $\vec{m} = (1, -2, 1)$.

Obtener:

a) Unas ecuaciones paramétricas de L .

b) el valor de $b \in \mathbb{R}$ para que la recta $S: \frac{2x-2}{4b} = \frac{-y+1}{4} = \frac{z-1}{2}$ sea paralela a la recta L .

3.- Sea la recta M de ecuaciones $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 \end{cases}$. Obtener las coordenadas de los puntos A y B

que pertenecen a M y que se encuentran a 3 unidades del punto $C(0, 0, 0)$.

4.- Obtener una ecuación cartesiana del plano π , si:

a) contiene a la recta $M: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$ y a la recta $N: \begin{cases} x = -2 + 2s \\ y = -2s \\ z = -2s \end{cases}$

b) contiene al punto $A(-1, 2, 3)$ y a la recta $L: \begin{cases} x - 2 = y \\ z = -1 \end{cases}$

c) contiene a las rectas $R: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 2-t \\ z = 5+t \end{cases}$ y $\bar{p}(s) = (2+3s, 2-3s, -9s)$

5.- Sean el punto $A(0, 1, 0)$ y el plano $\pi: \begin{cases} x = \alpha \\ y = 0 \\ z = \beta \end{cases}$.

Obtener:

- a) Las coordenadas del punto C simétrico del punto A respecto al plano π .
 - b) Unas ecuaciones paramétricas de la recta L que es perpendicular al plano π y contiene al punto $D(-1, 2, 3)$.
-

6.- Sean los planos $\pi_1: x - y + z = 0$ y $\pi_2: 2x - y - z = 2$.

- a) Obtener una ecuación vectorial de la recta L paralela a la recta que se forma con la intersección entre el plano π_1 y π_2 y que contiene al punto $A(2, -1, 2)$.
 - b) Calcular la distancia del punto $J(5, -1, 2)$ al plano π_1 .
 - c) Calcular la distancia del plano π_2 al plano $\pi_3: 6x - 3y - 3z = 0$.
-

7.- Obtener:

- a) Una ecuación cartesiana del plano π paralelo al plano XZ y que corta al eje Y en el punto de ordenada 8.
 - b) Una ecuación cartesiana del plano π_1 que contiene al punto $C(2, 0, 1)$ y es paralelo al plano $\pi_2: 3x - 2y + z - 2 = 0$.
 - c) Una ecuación cartesiana de un plano π_3 que dista 10 unidades del origen y es paralelo al plano de ecuación $\pi_4: 2x - y - 2z - 8 = 0$.
-
-

8.- Obtener una ecuación cartesiana del plano π que contiene al punto $M(0, 2, -1)$ y es perpendicular simultáneamente a los planos

$$\pi_1 : \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = r \end{cases} \quad \text{y} \quad \pi_2 : z - 4 = 0.$$

9.- Sean el plano $\pi : x - y + z = 1$ y la recta $M : \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 2z \end{cases}$.

Obtener:

- a) Una ecuación vectorial de la recta N que es perpendicular a π y contiene al punto $A(0, 1, 2)$.
- b) Las coordenadas del punto B , intersección de la recta M y el plano $\pi_1 : y = 3$.

10.- Sean el plano $\pi : z = 9$ y sea el punto $B(-1, 0, 1)$ que pertenece a la recta M cuyos ángulos directores son $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 90^\circ$ y γ , siendo γ un ángulo obtuso.

Obtener:

- a) Unas ecuaciones paramétricas de π .
- b) Unas ecuaciones cartesianas de M .
- c) El ángulo que forma π y M .

11.- Sea el plano π que contiene a los puntos $A(0, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ y $C(-1, 2, 0)$.

Obtener:

- a) Las coordenadas del punto D intersección entre π y la recta $\vec{p}(x, y, z) = 0\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + t\mathbf{k}$

- b) La distancia de la recta $M : \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} \\ z = 3 \end{cases}$ al plano π .

12.- Sean dos ductos que conducen líquido y tienen por ecuaciones a

$$L_1: \begin{cases} x = 3-t \\ y = t \\ z = -1 \end{cases} \quad y \quad L_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{-1} = z$$

Obtener:

- La distancia entre los ductos L_1 y L_2 .
- Las coordenadas de los puntos $A \in L_1$ y $B \in L_2$ donde los ductos se encuentran a una mínima distancia.

13.- Sean las rectas $M: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2-t \\ z = t \end{cases} \quad y \quad N: \frac{2x+2}{4} = -y+2 = \frac{6z}{-18}$

Obtener las coordenadas del punto S intersección entre M y N .

14.- La trayectoria de un proyectil está definida por la ecuación vectorial $\vec{p} = 2\mathbf{i} + t\mathbf{j} + \sqrt{3}t\mathbf{k}$, dicho proyectil se impacta contra un muro situado en el plano de ecuaciones paramétricas

$$M: \begin{cases} x = m \\ y = n \\ z = 0 \end{cases}; \quad m, n \in \mathbb{R}.$$

Calcular el ángulo entre la trayectoria del proyectil y el muro.

15.- Sean los planos $\pi_1: kx + y + z = 0$, $\pi_2: x + ky + z = 0$ y $\pi_3: x + y + kz = 0$.

- Los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que la intersección entre π_1 , π_2 y π_3 sea un punto.
- Los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que la intersección entre π_1 , π_2 y π_3 sea una recta.