Ejercicios del tema 4
La derivada y aplicaciones
Semestre 2020-1

1.- Utilizando la definición de derivada (Método de los cuatro pasos), calcular la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - 1$ en el punto de abscisa 2.

b) $f(x) = \sec(2x)$ en el punto de abscisa $\frac{\pi}{2}$.

2.- Obtener $\frac{dy}{dx}$ para cada inciso:

$a)\ f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{4}{\left(x^2+3\right)}$

$b)\ g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{3x^2+3}}$

c) $h(x) = \left(\sqrt[3]{3x-2}\right)\left(\sqrt{x}+3\right)$

d) $y = \sqrt{\ln \sqrt{sen\,2x}}$

$e)\ y = \tan h^{-1}\left(\sqrt{x}\right)$

3.- Obtener $\frac{dy}{dx}$:

$a)\ \frac{2x}{y} + \frac{2y}{x} = 3xy$

$b)\ sen\,y = x$

$c)\ 6\,ang\tan(xy) = 7x^2 - 4y^3$

$d)\ \frac{x^3+y^3}{2xy} = \cos(xy)$

4.- Obtener $\dfrac{dy}{dx}$:

$a)\ y = 4^{4x^2}$

$b)\ y = \ln \sqrt[3]{5 - 4x^2}$

$c)\ y = \ln \dfrac{\sqrt{4 - 4x^2}}{\sqrt[3]{\left(6x^2 - 1\right)^2}}$

d) $y = \log_4 \dfrac{\sqrt{4x}}{8x - 5}$

5.- Obtener $\dfrac{dy}{dx}$:

$a)\ y = e^{3x^2 - 5}$

$b)\ y = e^{\sqrt{4x}} - e^{\sqrt[3]{2x}}$

$c)\ y = \cot\left(e^{\frac{x}{x-1}}\right)$

d) $y = 3 \sec h\left(e^{-x}\right)$

$e)\ y = \left[\tan h \sqrt{4x}\right]^4$

6.- Obtener $\dfrac{d^5 y}{dx^5}$ si $y = \operatorname{sen} \mathrm{h}(2x)$.

7.- Sea la curva que tiene por ecuaciones paramétricas:

$$\mathrm{C}: \begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 3\, sen\, t \end{cases}.$$

En qué puntos la recta tangente a la curva C es paralela al eje X.

8.- Sea la curva C de ecuación

$$9x^2 - 36x + 4y^2 - 24y = -36$$

Determinar las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva C y las cuales son paralelas a la recta de ecuación $y = 0$.

9.- Sea la curva definida paramétricamente por

$$M: \begin{cases} x = 4\sec\theta \\ y = 3\tan\theta \end{cases}.$$

Determinar la ecuación cartesiana de la recta tangente y la ecuación cartesiana de la recta normal a la gráfica de la curva M en el punto $A(4,0)$.

10.- Sea $f(x) = \begin{cases} sen\ 2x & si \quad x \le 0 \\ x^2 & si \quad x > 0 \end{cases}.$

Determinar si f es derivable en $x = 0$.

11.- Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1 & si \quad x < 1 \\ -x^2 + bx - 1 & si \quad x \ge 1 \end{cases}$$

Determinar el valor de a y el valor de b para que la función sea continua y derivable en $x = 1$.

12.- a) Un móvil se desplaza a lo largo de la curva de ecuación

$$x(t) = 128 + 8t^2,$$

donde t está medido en segundos. Calcular la rapidez $\frac{dx}{dt}$ en el instante que $t = 3$.

b) La desintegración radioactiva de cierto material está dada por $C(t) = c_o e^{-kt}$ donde c_o es la cantidad inicial, k es una constante de desintegración. Obtener $C'(t)$ en $t = 0$.

13.- En un globo esférico se escapa gas a razón de $2000\ \frac{cm^3}{\min}$. Calcular la rapidez con la que disminuye el área de la superficie cuando su radio es $10\ cm$.

14.- Se va a pintar exteriormente un cubo en el que cada una de sus aristas mide 2 metros, con una capa de pintura de 0.0002 m de espesor. Empleando diferenciales, calcular un valor aproximado de la cantidad de litros de pintura que será necesario.