EJERCICIOS DEL TEMA 6

Sucesiones y series

Semestre 2018-1

Escribir cuatro términos más de cada sucesión y una expresión que represente el término general (enésimo).

1.- $\sqrt{2}, \quad \sqrt{\sqrt{2}}, \quad \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}, \quad ...$

2.- $-2, \quad 2, \quad -2,\ 2, ...$

3.- $\boldsymbol{b}, \quad \boldsymbol{b}^2, \quad \frac{\boldsymbol{b}^3}{2}, \ \frac{\boldsymbol{b}^4}{6}, \ \ldots$

4.- $\mathbf{1}, \quad \mathbf{0}, \quad -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}, \quad -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}, \ldots$

Indicar si la sucesión es convergente o divergente, si es convergente determinar su límite.

5.- $\left\{\frac{4\boldsymbol{n}^2 - 3\boldsymbol{n} + 5}{2\boldsymbol{n}^2 - 7}\right\}$

6.- $\left\{\frac{2n}{n^2 + 2}\right\}$

Empleando el criterio del cociente, determinar si las siguientes series convergen o divergen:

7.- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!}$

8.- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n\left[3^{n+1}\right]}$

9.- Determinar el carácter de la serie $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + ...$

10.- Obtener los primeros tres términos no nulos de la serie de Taylor de la función

$f(x) = sen\,2x$ en el entorno $x = \dfrac{\pi}{2}$.

11.- Determinar la convergencia y en su caso, la suma de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} 5\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} = 5 - \frac{10}{3} + \frac{20}{9} - \frac{40}{27} + \ldots$$

12.- Desarrollar en serie de Taylor los primeros tres términos no nulos de la función

$f(x) = \cos 2x$ alrededor de $x = \dfrac{\pi}{2}$.

13.- Calcular el intervalo de convergencia de la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{3^n \sqrt{n+2}}$. Incluyendo el análisis de los extremos.

14.- Expresar el número decimal periódico **0.363636 . . .** como una serie geométrica y determinar su suma si converge.

15.- Determinar si la serie dada converge o diverge. Si converge calcular su suma.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{4^n}$$

16.- Determinar si la serie dada converge o diverge.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^9}$$

17.- Determinar el intervalo de convergencia de

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4x-5)^n}{3^n}$$

Incluir el análisis de los extremos.

18.- Determinar el polinomio de Maclaurin de grado 4 de la función

$$f(x)=\frac{3}{x+2}$$

19.- Relacionar ambas columnas, escribiendo en el paréntesis el número que complete la oración.

a) El producto de dos series convergentes…( )

b) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$ ………………………..... ( )

c) Sea la serie $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ una serie de términos positivos y sea $\underset{x\to\infty}{lím}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=L$. Si L < 1 entonces la serie …………………….…….( )

d) El conjunto de valores de x para los cuales una serie de potencias es convergente se conoce como ……………………………( )

e) El desarrollo en serie de Maclaurin de la función coseno es ………………….….( )

f) La sucesión $\left\{\frac{2n}{n^2+2}\right\}$ converge a ……...( )

1) $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+...+\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}+...$

3) $\frac{1}{2}$

4) intervalo de convergencia de la serie

5) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+...+\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}+...$

6) puede ser convergente o divergente

7) 2

8) 0

9) es divergente

10) $1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}+...+\frac{x^{2n}}{(2n)!}+...$

11) $x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\frac{x^6}{6!}+...+\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}+...$

12) intervalo de divergencia de la serie

20.-Obtener los tres primeros términos no nulos de la serie de Maclaurin de la función

$$f(x)=sen(2x)$$