EJERCICIOS DEL TEMA 5

Variación de funciones

Semestre 2018-1

1.- Dada la función $f(x) = -x^3 + 3x - 2$, obtener:

a) los intervalos donde la función es creciente y donde es decreciente,

b) los máximos y mínimos relativos,

c) los intervalos donde la gráfica de la función es cóncava hacia abajo o cóncava hacia arriba, y

d) los puntos de inflexión.

Trazar la gráfica de la función.

2.- Determinar las coordenadas del punto o puntos donde se cumple el teorema de Rolle para la función $f(x) = x^4 - 2x^2$ en el intervalo $[-2, 2]$.

3.- Sea la función $f(x) = \sqrt{x-4}$ continua en el intervalo $x \in [4, 6]$ y derivable en $x \in (4, 6)$. Obtener el valor de $x \in \mathbb{R}$ donde se cumple el Teorema del Valor Medio del Cálculo Diferencial.

4.- Se desea conocer las dimensiones del marco rectangular de área máxima que se puede formar al doblar una solera de 20 cm de longitud.

5.- Para la función f obtener lo que se indica:

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 7,$$

a) Los intervalos donde la función es creciente o decreciente.
b) Los intervalos donde la gráfica de la función es cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo.
c) Los puntos de inflexión de su gráfica.

Trazar la gráfica de la función.

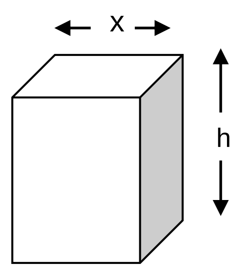
6.- Determinar los máximos y mínimos relativos de la función

$$f(x) = \left(x^2 - 3\right)^2,$$

Así como los puntos de inflexión y sentido de concavidad de su gráfica. Hacer un trazo aproximado de la gráfica.

7.- Una página ha de contener 30 centímetros cuadrados de texto. Los márgenes superior e inferior son de 2 centímetros y los laterales de 1 centímetro. Obtener las dimensiones de la página con los que se ahorra más papel.

8.- Se construirá un tanque prismático de base cuadrada con tapa, de 500 litros de capacidad, soldando placas de acero rectangulares y cuadradas. Dimensionar el tanque de modo que el cordón de soldadura necesario sea de la menor longitud posible.



9.- Para la función

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4}$$

obtener:

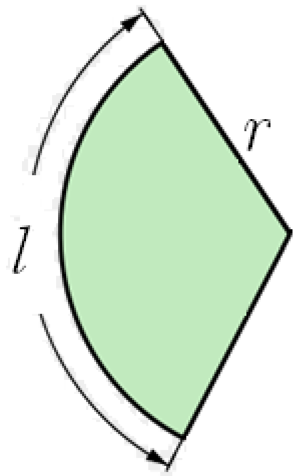
a) los intervalos donde la función es creciente y en donde es decreciente,
b) los intervalos donde su gráfica es cóncava hacia arriba y en los que es cóncava hacia abajo,
c) su máximo y mínimo absolutos para el intervalo [0, 1], y bosquejar su gráfica.

10.- Investigar si es aplicable el Teorema de Rolle para la función $f(x)$ en el intervalo $\left[-1, \frac{7}{2}\right]$. En caso afirmativo determinar el o los puntos donde se verifica; en caso negativo, explicar porqué no es aplicable

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & ; \quad x \le 2 \\ 2x - 2 & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

11.- Calcular las dimensiones del cilindro circular recto de máximo volumen, inscrito en una esfera de radio $r = 4m$.

12.- Sea el sector circular de área $8\ m^2$ que se muestra en la figura



Determinar las dimensiones del sector circular tal que su perímetro sea mínimo.

Nota: Área del sector circular = $\dfrac{rl}{2}$

13.- Sea la función $f(x) = \dfrac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 16x - 4$.

Determinar:

a) Los intervalos donde es creciente o decreciente la gráfica de. f.

b) Sus máximos y mínimos relativos.

c) Los intervalos dónde es cóncava hacia abajo y hacia arriba la gráfica de f.

14.- Sea la función $-y + 6 = (\ x - 4\ )^2$ continua en el intervalo $x \in [\ 3\ ,\ 5\ ]$ y derivable en $x \in (\ 3\ ,\ 5\ )$. Obtener el valor de $x \in \mathbb{R}$ en donde se verifica el Teorema de Rolle.