



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO DIFERENCIAL
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
TIPO "A"



Semestre 2012-2

28 de mayo de 2012

NOMBRE: _____ No. CUENTA: _____

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2.5 horas**.

1) Dada la función $f : \begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \alpha \\ y = 3 \operatorname{sen}^2 \alpha \end{cases}$ si $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right]$ en forma paramétrica, determinar su función inversa $f^{-1}(x)$ en forma cartesiana, el dominio y el recorrido tanto de la función $f(x)$ como de $f^{-1}(x)$.

15 PUNTOS

2) Sin utilizar la regla de L'Hôpital, calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2} - \sqrt{x-2}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2(2x)}{x \tan(2x)}$

15 PUNTOS

3) Determinar el valor de a y b reales para que la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } -8 \leq x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ -\frac{x^2}{2} - 7 & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$

sea continua en $[-8, 5]$ y derivable en $(-8, 5)$.

20 PUNTOS

- 4) Obtener las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la curva de ecuación

$$x^2 + 3xy + y^2 = 5 \text{ en el punto } A(1,1).$$

15 PUNTOS

- 5) Un alambre de 60 cm de longitud se va a cortar en dos partes para formar un triángulo equilátero y un cuadrado ¿Cuáles deben ser las longitudes de cada una de las dos partes en que se divide el alambre para que la suma de las áreas de las dos figuras sea mínima?.

15 PUNTOS

- 6) Obtener el intervalo de convergencia para la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^3}$. Incluir el análisis de los extremos.

20 PUNTOS
