UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL (1220)
ÁLGEBRA LINEAL
5 DE JUNIO DE 2018

SEMESTRE 2018 - 2

TIPO C

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sean el espacio vectorial real $\mathbb{R}^2$ y el subconjunto $S=\{(a,b) \mid b>a;\ a,b\in\mathbb{R}\}$. Determinar si S, con las operaciones usuales en $\mathbb{R}^2$, es:

a) Un grupo.

b) Un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^2$.

16 puntos

2. Sea $G=\{(-2,1,-5),(1,-1,4),(0,1,-3)\}$ un subconjunto del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

Determinar:

a) Si G es un conjunto linealmente dependiente o independiente.

b) El espacio L generado por el conjunto G.

c) La dimensión del espacio L.

17 puntos

TIPO C

3. Sea V el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a uno con coeficientes reales y sean $A=\{x-1,\ -x\}$ y $B=\{\bar{b}_1,\ \bar{b}_2\}$ dos de sus bases. La matriz de transición de la base A a la base B es:

$$M_B^A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Determinar:

a) Los vectores de la base B.

b) El vector de coordenadas $(\bar{v})_B$ si se sabe que $(\bar{v})_A = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

17 puntos

---

4. Sea la transformación lineal $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que:

$$T(-1,2)=(3,1)$$
$$T(2,1)=(-1,3)$$

Determinar la regla de correspondencia $T(x,y)$.

16 puntos

---

5. Sean el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ con el producto interno usual y la base $B=\left\{ \alpha(1,2),\ \beta\left(-3,\frac{3}{2}\right) \right\}$.

Determinar unos escalares α y β, tal que B sea una base ortonormal.

17 puntos

---

6. Sea $V=\{(x,y) \mid x+2y=0;\ \forall x,y\in\mathbb{R}\}$ un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^2$ con el producto interno definido por:

$$(\bar{u}\,|\,\bar{v}) = ac+bd \quad \forall\ \bar{u}=(a,b),\ \bar{v}=(c,d)\in\ \mathbb{R}^2$$

a) Determinar el complemento ortogonal de V y su dimensión.

b) Representar al vector $\bar{w}=(-1,3)\ \in\ \mathbb{R}^2$, como la suma única de un vector de V y otro vector de $V^{\perp}$.

17 puntos