UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

PRIMER EXAMEN FINAL (1220)

ÁLGEBRA LINEAL

5 DE JUNIO DE 2018

SEMESTRE 2018 - 2

TIPO B

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sean el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros y la operación binaria $*$ definida por: $a*b=a+b-2$. El sistema $(\mathbb{Z},*)$ tiene estructura de grupo. Determinar el elemento inverso de 3.

10 puntos

2. Sean el espacio vectorial real $P=\left\{ax^2+bx+c \mid a,b,c\in\mathbb{R}\right\}$ y $V=\left\{p(x) \mid p(x)\geq 0;\ \forall\, x\in\mathbb{R}\right\}$ un subconjunto de P. Determinar si V es un subespacio vectorial de P.

18 puntos

3. Determinar el valor de $a\in\mathbb{R}$ para que el conjunto $G=\left\{\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}a & 4\\ 4 & -10\end{bmatrix},\begin{bmatrix}3 & -2\\ -2 & 5\end{bmatrix}\right\}$ sea generador de un espacio vectorial de dimensión dos.

18 puntos

TIPO B

4. Sea la transformación lineal $S:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que:

$$S(a,b,c)=(a+c,\ a+b+c,\ a-b+c)$$

Determinar:

a) El núcleo de S.

b) Una base y la dimensión del recorrido de S.

18 puntos

5. Sean V un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$ con el producto interno usual y $B=\{(1,0,1),\ (0,-1,1)\}$ una base de V. Determinar la proyección del vector $\overline{v}=(-3,1,-1)$ sobre V.

18 puntos

6. Sea el operador lineal $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ cuya regla de correspondencia es:

$$T(x,y)=(3x+y,\ x+3y)$$

Determinar:

a) Una matriz asociada a T.

b) Los valores característicos de T.

c) Los espacios característicos de T.

d) La descomposición espectral de T.

18 puntos