UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
EXAMEN EXTRAORDINARIO
ÁLGEBRA LINEAL
CLAVE 1220
24 DE ABRIL DE 2017

SEMESTRE 2017 - 2

SINODALES: M.I. LUIS CÉSAR VÁZQUEZ SEGOVIA

FIS. JUAN VELÁZQUEZ TORRES

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sean el conjunto $B=\{(a,b)|a,b\in\mathbb{R}\}$ y la operación binaria $\odot$ definida por:

$$(a,b)\odot(c,d)=(a+c,b+d)$$

Determinar si el sistema algebraico $(B,\odot)$ es un grupo abeliano.

18 puntos

2. Sea el subconjunto $S=\{(x,y,z)|\ x+y-z=0;\ x,y,z\in\mathbb{R}\}$ del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

Determinar si S es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$.

18 puntos

3. Sea la transformación $T:D\to\mathbb{R}^2$, donde D es el espacio vectorial de las matrices diagonales de orden dos sobre $\mathbb{R}$ y T está definida por:

$$T\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}\right)=(a-b,\ 2b-a)$$

Determinar si T es lineal.

18 puntos

4. Sea $W=\{(x,y)|y=2x,\ x\in\mathbb{R}\}$ un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^2$. Considerando el producto interno usual en $\mathbb{R}^2$:

a) Obtener el complemento ortogonal de W.

b) Calcular la distancia y el ángulo entre los vectores $\bar{u}=(1,2)$ y $\bar{v}=(-2,1)$

18 puntos

5. Demostrar que el polinomio característico asociado a la matriz $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ es $p(\lambda)=\lambda^2-tr(A)\lambda+\det A$

10 puntos

6. Sea el operador $T:\mathbb{C}^2\to\mathbb{C}^2$ con regla de correspondencia:

$$T(x,y)=\left(ax+(a+i)y,\ (2-i)x-biy\right);\ \ a,b\in\mathbb{R}$$

Considerando el espacio vectorial $\mathbb{C}^2$ sobre $\mathbb{C}$ y el producto interno usual en $\mathbb{C}^2$, determinar $a,b\in\mathbb{R}$ de modo que T sea un operador hermitiano

18 puntos