UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
SEGUNGO EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL
CLAVE 1220
8 DE DICIEMBRE DE 2016

SEMESTRE 2017 - 1

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Dado el conjunto de matrices $M=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \middle| a,b,c\in\mathbb{Z}\right\}$ y la operación binaria Θ definida por:

$$A \,\Theta\, B = A+B\ ;\quad \forall\, A,B\in M$$

determinar si el sistema algebraico (M,Θ) es un grupo abeliano, en caso afirmativo, determinar el elemento inverso de la matriz $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, en caso contrario indicar los axiomas que no se cumplen.

16 puntos

2. Sean las bases $A=\{x^2+x+1, x^2+x, x\}$ y $B=\{\bar{w}_1,\bar{w}_2,\bar{w}_3\}$ de un espacio vectorial V. La matriz de transición de la base B a la base A es $M_A^B=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Obtener:

a) Los vectores de la base B.

b) El vector de coordenadas $(\bar{v})_A$, si $(\bar{v})_B=(4,-5,7)$.

16 puntos

3. Sean el espacio vectorial $P_2 = \left\{ ax^2 + bx + c \,\middle|\, a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ de los polinomios de grado menor o igual a dos con coeficientes reales y la transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to P_2$ definida como:

$$T(a,b,c) = a\left(x^2+1\right) - (b+c)(3x-1)$$

Obtener:

a) Una base del núcleo de T y su dimensión.

b) La dimensión del recorrido de T.

18 puntos

4. Sea el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ con el producto interno usual en $\mathbb{R}^3$. Dado el subespacio de $\mathbb{R}^3$,

$$W = \left\{ (x, y, z) \,\middle|\, x - y - z = 0;\ \forall\, x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$$

determinar la proyección del vector $\bar{u} = (5, -1, 6)$ sobre el subespacio W.

16 puntos

5. Sea el operador lineal $S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por:

$$S(a,b,c) = (a + b - c, a + 3b + 2c, -a + 2b + 2c)$$

Determinar si el operador S es simétrico respecto al producto interno usual en $\mathbb{R}^3$.

16 puntos

6. Sea la cónica de ecuación:

$$4x^2 + 10xy + 4y^2 = 9$$

Determinar una ecuación de la cónica sin término mixto.

18 puntos