



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**PRIMER EXAMEN FINAL**



**SEMESTRE**  
**2017 - 1**

**CLAVE 1220**  
**ÁLGEBRA LINEAL**  
**1 DE DICIEMBRE DE 2016**

**TIPO B**

**Instrucciones:** Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los 6 reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas.

1. Sean el conjunto  $C = \{0, 1, 2, 3\}$  y la operación binaria  $\bullet$  definida por:

| $\bullet$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----------|---|---|---|---|
| 0         | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 1         | 1 | 2 | 3 | 0 |
| 2         | 2 | 3 | 0 | 1 |
| 3         | 3 | 0 | 1 | 2 |

Determinar:

- Si la operación  $\bullet$  es conmutativa.
- Si existe elemento idéntico respecto a la operación  $\bullet$ .
- Si el conjunto  $C$  con la operación  $\bullet$  es un grupo abeliano (considerar que la asociatividad se cumple)

**16 puntos**

2. Sea el espacio vectorial  $P_n$  de los polinomios de grado menor o igual a  $n$  con coeficientes reales. Determinar si el subconjunto  $R$  es subespacio de  $P_n$ , donde:

$$R = \{p(x) \mid p(-x) = -p(x), p(x) \in P_n\}$$

**16 puntos**

3. Sea la transformación lineal  $S: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por:

$$S(x, y, z) = (-2x + y + 4z, 2z, 5y + 3z)$$

Determinar:

- a) Una matriz  $A$  asociada a  $S$ .
- b) Los espacios característicos de  $S$ .
- c) Si  $S$  es diagonalizable.

**18 puntos**

4. Determinar si en el espacio  $N(\mathbb{R})$  de todas las matrices reales de orden  $n \times n$ , la función dada por:

$$(C|D) = \text{tr}(CD); \quad \forall C, D \in N(\mathbb{R})$$

representa un producto interno.

**18 puntos**

5. Obtener una base ortonormal de  $\mathbb{R}^3$  a partir de la base  $B = \{(1, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 2, 1)\}$ , utilizando el producto interno usual en  $\mathbb{R}^3$ .

**16 puntos**

6. Para el operador lineal  $S: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  con regla de correspondencia:

$$S(a, b, c) = (a + 2b + 3c, a - b, b - c)$$

determinar el operador adjunto  $S^*$ , utilizando el producto interno usual en  $\mathbb{R}^3$ .

**16 puntos**