



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL



SEMESTRE
2017 - 1

CLAVE 1220
ÁLGEBRA LINEAL
1 DE DICIEMBRE DE 2016

TIPO A

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los 6 reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas.

1. Sean el conjunto $A = \{0, 1, 2, 3\}$ y la operación binaria $*$ definida por:

| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| $*$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 0 |
| 2 | 2 | 3 | 0 | 1 |
| 3 | 3 | 0 | 1 | 2 |

Determinar:

- Si existe elemento idéntico respecto a la operación $*$.
- Si la operación $*$ es conmutativa.
- Si el conjunto A con la operación $*$ es un grupo abeliano (considerar que la asociatividad se cumple)

16 puntos

2. Sea el espacio vectorial P_n de los polinomios de grado menor o igual a n con coeficientes reales. Determinar si el subconjunto Q es subespacio de P_n , donde:

$$Q = \{p(x) \mid p(-x) = -p(x), p(x) \in P_n\}$$

16 puntos

3. Sea la transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por:

$$T(a, b, c) = (-2a + b + 4c, 2c, 5b + 3c)$$

Determinar:

- Una matriz A asociada a T .
- Los espacios característicos de T .
- Si T es diagonalizable.

18 puntos

4. Determinar si en el espacio $M(\mathbb{R})$ de todas las matrices reales de orden $n \times n$, la función dada por:

$$(A|B) = \text{tr}(AB); \quad \forall A, B \in M(\mathbb{R})$$

representa un producto interno.

18 puntos

5. Obtener una base ortonormal de \mathbb{R}^3 a partir de la base $B = \{(1, 0, 1), (1, 0, 0), (0, 2, 1)\}$, utilizando el producto interno usual en \mathbb{R}^3 .

16 puntos

6. Para el operador lineal $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ con regla de correspondencia:

$$T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, x - y, y - z)$$

determinar el operador adjunto T^* , utilizando el producto interno usual en \mathbb{R}^3 .

16 puntos