FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
SECCIÓN DE ÁLGEBRA

SERIE TEMA 2: "NÚMEROS REALES"
SEMESTRE: 2020-2

1.- a) Clasificar los siguientes números

	NATURALES	ENTEROS	RACIONALES	IRRACIONALES
- 8				
2.5π				
$\sqrt{17}$				
$\frac{5}{4}$				
5.414141...				
$67+\sqrt{23}$				
9.976				

b) Representar los siguientes números en la recta numérica: $\frac{3}{5}, \sqrt{2}, 1-\sqrt{3}, 2.\bar{7}, 3\pi$

2.- Calcular las siguientes sumas por medio de la definición de adición en números naturales.

$$a) 5+4 \quad y \quad b) 2+3$$

3.- Demostrar:

$$a)\ (m+n*) = m*+n*$$
$$b)\ (mn*)* = mn+m*$$
$$c)\ (m*n*)* = m*+mn+n*$$

4.- Demostrar:

$$|a+b| = |a|+|b|$$
$$a)\, si\ \ a>0\ \ y\ \ b>0$$
$$b)\, si\ \ a<0\ \ y\ \ b<0$$

5.- Utilizar la definición de multiplicación en $\mathbb{N}$ para realizar $a) 3 \bullet 4 \quad b) 4 \bullet 3^{*}$

6.- Demostrar que $2 < 5$

7.- Demostrar que si a y b son naturales y $a < b$ entonces $a^2 < b^2$

8.- Sean los números enteros definidos por $a = m - n$, $b = p - q$, $c = r - s$ donde $m, n, p, q, r\ y\ s$ pertenecen a los números naturales, demostrar que:

$$1)\ a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$2)\ a \bullet b = b \bullet a$$

9.- Determinar para cualquier número $a \in \mathbb{Z}$ el elemento idéntico aditivo.

10.- Determinar para cualquier número $a \in \mathbb{Z}$ el elemento idéntico multiplicativo.

11.-Determinar el valor de e que satisface las siguientes expresiones.

$$a)\ 5 + e = 5 \quad b)\ -8 + e = -8 \quad c)\ 3 + e = 3 \quad d)\ -25 + e = -25$$

12.- Determinar el elemento inverso aditivo para cualquier número entero.

13.- Determinar si los números enteros tienen elementos inversos multiplicativos.

14.-Verificar que $a(b + c) = ab + ac$ para $a = 3, b = 15\ y\ c = -15$ e indicar que propiedad se está verificando.

15.- Expresar cada uno de los siguientes números racionales como el cociente de dos números enteros:

$$a)2.0545454...$$
$$b)1.5333...$$
$$c)6.636363...$$
$$d)1.370370370...$$
$$e)0.999...$$
$$f)3.999...$$
$$g)1.406406406...$$

16.- Convertir $\frac{1}{4}$ a su expresión decimal y dar su periodo.

17.- Demostrar la propiedad de la densidad en los números racionales.

18.- Demostrar que para todo $x, y \in \mathbb{Q},\ x\,y = y\,x$

19.- Representar gráficamente |2| y |-8|.

20.- Indicar en cuáles conjuntos (naturales, enteros, racionales, irracionales) tienen solución las siguientes ecuaciones.

$$a)x+2=7$$
$$b)x+6=2$$
$$c)9x^2-25=0$$
$$d)7x^2-63=0$$
$$e)x^2-3=0$$
$$f)x^2+1=0$$

21. Representar en la recta numérica los siguientes números. Sugerencia: Utilizar el teorema de Pitágoras.

$$a)\sqrt{5}$$
$$b)\sqrt{10}$$
$$c)\sqrt{17}$$
$$d)\sqrt{26}$$

22.- Simplicar:

$$a)\,2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+\sqrt{27}$$
$$b)\,\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{250}$$

23.- Investigar dos formas para obtener una aproximación del número π .

24.- Investigar cuál es el número de oro.

25.- Resolver los siguientes problemas:

a) Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tiene unos 4 500 000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de 5 litros.
b) ¿Qué longitud ocuparían esos glóbulos rojos puestos en fila si su diámetro es de 0,008 milímetros por término medio? Exprésalo en kilómetros.

26.- Demostrar, mediante inducción matemática que:

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\left[1-\frac{1}{(n+1)^2}\right]=\frac{n+2}{2(n+1)};\quad \forall\, n\in\mathbb{N}$$

27.- Demostrar por medio de inducción matemática, la validez de la proposición

$$\frac{5}{4}+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{3n+2}{4^n}=-\left(\frac{1}{4}\right)^n\left[2+n\right]+2\ ;\ \forall n\in\mathbb{N}$$

28.- Demostrar por medio de inducción matemática la validez de la proposición

$$1\cdot3+2\cdot3^2+3\cdot3^3+\ldots+n\left(3^n\right)=\frac{\left(2n-1\right)3^{n+1}+3}{4}\ ;\ \forall n\in\mathbb{N}$$

29.- Demostrar por inducción matemática la validez de la siguiente proposición

$$1+4+7+10+\ldots+(3n-2)=\frac{n(3n+1)}{2},\ \forall\quad n\in\mathbb{N}$$

30.- Demostrar por inducción matemática la validez de la siguiente proposición

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\ldots+\frac{1}{3^n}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right),\ \forall\quad n\in\mathbb{N}$$

31.- Demostrar por medio de inducción matemática la validez de la proposición

$$5^0+5^1+5^2+\ldots+5^{(n-1)}=\frac{1}{4}\left(5^n-1\right),\ \forall\quad n\in\mathbb{N}$$

32.- Demostrar, por medio de inducción matemática, que $n+1=1+n\ \forall n\in\mathbb{N}$

33.- Demostrar, por medio de inducción matemática, que $n+m=m+n\ \forall n\in\mathbb{N}$

34.- Resolver las siguientes desigualdades y expresar la solución com un intervalo.

$$a)\left|x\right|<3$$
$$b)\left|x\right|\leq 3$$
$$c)\left|x-2\right|\leq 3$$
$$d)\left|x\right|>3$$
$$e)\left|x-2\right|\geq 3$$

35.- Expresa en forma de intervalo los números que verifican:

$$a)\left|x-3\right|<5$$
$$b)\left|2x-7\right|<9$$
$$c)\left|\frac{3}{4}x-8\right|<2$$

36.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen la desigualdad

$$\left|\frac{1}{x-4}\right|>3$$

37.- Obtener el conjunto de valores de $s \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$\left|\frac{s-4}{-s-3}\right|>1$$

38.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$\left|x-5\right|<5\left|3x-5\right|$$

39.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$\left|2x+5\right|\geq 3$$

40.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$\frac{3}{|x+1|} < 4$$

41.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$\frac{|3x-2|}{|x+1|} < 4$$

42.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen la desigualdad

$$\left|\frac{x-3}{x+1}\right| \le 2$$

43.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen la desigualdad

$$\left|\frac{3x+12}{x+2}\right| > 1$$