FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
SECCIÓN DE ÁLGEBRA

SERIE TEMA 6: "MATRICES Y DETERMINANTES"
SEMESTRE: 2019-2

1.- Obtener la matriz que satisface la siguiente ecuación matricial

$$A^{-1}XB - B = -A^{-1}X$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad ; \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

2.- Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & a & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Obtener:

a) el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que el determinante de A sea 5.

b) la traza de la matriz A.

3.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$ABX - \left(\frac{1}{297} \det(AB)\, trC^T \right) D = XC^T$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad y \quad D = diag\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

4.- Sea la matriz

$$A=\begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ a & a & 1 & 1 \\ a & a & a & 1 \\ a & a & a & a \end{bmatrix}$$

Obtener los valores de $a \in \mathbb{R}$ para que el determinante de A sea igual a cero.

5.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$(trA)X+\frac{1}{\det B}(Adj\,B)A^{*}=B^{-1}AX-CX$$

donde

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ i & -1 \end{bmatrix},\quad B^{-1}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad y \quad C=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3i & 2 \end{bmatrix}$$

6.- Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$$

a) Obtener la inversa de la matriz A utilizando el método de la adjunta.
b) Determinar los valores de $x,\ y\ e\ z$ para los cuales se cumple que $AB=C$.

7.- Determinar la matriz X para la que se verifica:

$$A^2X = \frac{1}{2}(A + BC^T)$$

donde:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

8.- Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & m-2 & 0 & 30 \\ -1 & 0 & n-1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -m \end{bmatrix}$$

Obtener el conjunto de valores de m y el conjunto de valores de n tal que A sea singular y $trA = 3$.

9.- Si se sabe que D es una matriz ortogonal, determinar la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$(DX^{-1})^{-1} + (\det \bar{B})C = -XD^* + i(trA)I$$

donde:

$$A = \begin{pmatrix} 4i & 3+5i \\ 2 & -i \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -i & -1 \\ 1 & i \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{3}} & -\frac{2}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{\sqrt{3}} & \frac{i}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

10.- Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & m \end{bmatrix}$, el $\det[A] = -2$. Calcular el valor de la siguiente expresión

$$\left|2A^{-1}A^T\right| + \begin{vmatrix} 2a & c & 3b \\ 2d & f & 3e \\ 2g & m & 3h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & b \\ d & e & e \\ g & h & h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

11.- Obtener la matriz X que satisface la siguiente ecuación matricial

$$A\left(B^T X\right)^T - C^* = (\det B)A^2 - X^T BA$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad y \quad C = \begin{bmatrix} -1 & i \\ 0 & -8i \end{bmatrix}$$

12.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$B^T AB + \frac{tr(C)}{\det\left(A^{-1}\right)} X^T = C$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2i & i \end{bmatrix} \quad y \quad C = \begin{bmatrix} 1+i & i \\ i & -i \end{bmatrix}$$

13.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$A^* X = A^{-1}B + \det(A) I$$

donde A es una matriz ortogonal y

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad y \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

14.- Determinar la matriz X que satisface la ecuación

$$XA^T + 3B = \left(\det(C)\right)A - \left(tr(B)\right)C^*$$

si,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad y \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

15.- Determinar la matriz S que satisface la ecuación

$$C^T S = \left[\det(2C)\right](AB)^{-1} S - D$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ i & -2+i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2-i & 1+i \\ i & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad D = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 22 \end{pmatrix}.$$