

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Tres fábricas A, B, C, juntas producen 30 impresoras por día. A y C producen 20 impresoras por día, mientras A y B producen 15 por día. ¿ Cuántas impresoras producen A, B y C por separado?

$$\begin{cases} A + B + C = 30 \\ A + C = 20 \\ A + B = 15 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 1 & 0 & 1 & 20 \\ 1 & 1 & 0 & 15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 20 \\ 1 & 1 & 0 & 15 \\ 1 & 1 & 1 & 30 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & -1 & -15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 15 \end{bmatrix}$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} A = 5 \\ B = 10 \\ C = 15 \end{cases}$$

Sea el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x - 2y - 3z = -1 \\ 2x + y + z = 6 \\ x + 3y - 2z = 13 \end{cases}$$

Determinar los valores de x , y , z , que satisfacen al sistema.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & -2 & 13 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & 5 & 7 & 8 \\ 0 & 5 & 1 & 14 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & 5 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & -6 & 6 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 5 & -10 & -15 & -5 \\ 0 & 10 & 14 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 5 & 0 & -1 & 11 \\ 0 & 5 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 5 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases}$$

Sea el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \\ 3x_2 + x_3 = k^2 \end{cases}$$

Determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$, para que el sistema sea: compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 10 \\ 0 & 3 & 1 & k^2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & k^2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & k^2 - 4 \end{bmatrix}$$

No existe valor de $k \in \mathbb{R}$ para que el sistema sea compatible determinado.

Compatible indeterminado $k = \pm 2$

Incompatible $k \neq \pm 2$

Si $k = \pm 2$, La solución es múltiple

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 9 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} 3x + 2z = 5 \\ 3y + z = 4 \end{cases}$$

Solución:
$$\begin{cases} x = \frac{-2z+5}{3} \\ y = \frac{-z+4}{3} \end{cases}$$

X	Y	Z
5	3	-5
3	2	-2
1	1	1
-1	0	4
-3	-1	7

Sea el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 2x + 3y + kz = 3 \\ x + ky + 3z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

Determinar en cada caso el conjunto de valores de $k \in \mathbb{R}$, para que el sistema sea: compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & k & 3 \\ 1 & k & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & k & 3 & 2 \\ 2 & 3 & k & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & k+2 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \\ 0 & k-1 & (k-1)(k+2) & (k-1) \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \\ 0 & k-1 & k^2+k-2 & k-1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & k^2+k-6 & k-2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & (k+3)(k-2) & (k-2) \end{bmatrix}$$

- Compatible determinado : $k \neq 2$ y $k \neq -3$
 - Compatible indeterminado : $k = 2$
 - Incompatible : $k = -3$

Sea el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + 3y + az = b \end{cases}$$

Determinar los valores de $a, b \in \mathbb{R}$, para que el sistema sea:

- Compatible determinado
- Compatible indeterminado
- Incompatible.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & a & b \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & a-3 & b-2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a-5 & b-4 \end{bmatrix}$$

- Compatible determinado: $a \neq 5$
 - Compatible indeterminado: $a = 5$ y $b = 4$
 - Incompatible: $a = 5$ y $b \neq 4$

Una compañía fabrica tres modelos de estufas, leña, gas y solar. Cada tipo de estufa pasa por tres procesos: corte, ensamblado y esmaltado. El número de horas (h), requerido para cada proceso, está descrito en la siguiente tabla:

Proceso	Leña (h)	Gas (h)	Solar (h)
Corte	3	2	3
Ensamblado	1	3	4
Esmaltado	2	7	2

El número de horas de producción a la semana es de 35 para corte, 27 para ensamblado y 46 para esmaltado.

Determinar cuántas estufas de cada modelo, deben fabricarse a la semana, para que la compañía opere a su máxima capacidad.

Proceso	Leña (h)	Gas (h)	Solar (h)	h / sem
Corte	3	2	3	35
Ensamblado	1	3	4	27
Esmaltado	2	7	2	46

$$\begin{cases} 3x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 35 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & = & 27 \\ 2x_1 & + & 7x_2 & + & 2x_3 & = & 46 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 35 \\ 1 & 3 & 4 & 27 \\ 2 & 7 & 2 & 46 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 27 \\ 3 & 2 & 3 & 35 \\ 2 & 7 & 2 & 46 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 27 \\ 0 & -7 & -9 & -46 \\ 0 & 1 & -6 & -8 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 27 \\ 0 & 1 & -6 & -8 \\ 0 & 7 & 9 & 46 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 22 & 51 \\ 0 & 1 & -6 & -8 \\ 0 & 0 & 51 & 102 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 22 & 51 \\ 0 & 1 & -6 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Estufas: } \begin{cases} \text{Leña} & x_1 = 7 \\ \text{Gas} & x_2 = 4 \\ \text{Solar} & x_3 = 2 \end{cases}$$

Determinar un número mayor a 300 y menor de 400, sabiendo que la Suma de sus cifras es 6 y leído al revés es 41 / 107 del número original.

El número es **x y z**, $x + y + z = 6$, si $x = 3 \Rightarrow y + z = 3$

El número original es: $3YZ = 3 \times 10^2 + y \times 10^1 + z \times 10^0$
 $300 + 10y + z$

$$\begin{cases} 100z + 10y + 3 = \frac{41}{107}(300 + 10y + z) \\ y + z = 3 \end{cases}$$

Simplificando la primera ecuación,

$$\begin{aligned} 107(100z + 10y + 3) &= 41(300 + 10y + z) \\ 10700z + 1070y + 321 &= 12300 + 410y + 41z \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 660y + 10659z = 11979 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 660 & 10659 & 11979 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 9999 & 9999 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Entonces $x = 3, y = 2, z = 1$ ^{G B N} El número es **321**

Determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + ky - z = -2 \\ x - 3z = -3 \\ x + 2y + kz = 1 \end{cases}$$

sea: compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible

$$\begin{bmatrix} 2 & k & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & k & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -3 \\ 2 & k & -1 & -2 \\ 1 & 2 & k & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & k & 5 & 4 \\ 0 & 2 & k+3 & 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 2k & 10 & 8 \\ 0 & 2k & k^2+3k & 4k \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & k & 5 & 4 \\ 0 & 0 & k^2+3k-10 & 4k-8 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & k & 5 & 4 \\ 0 & 0 & (k+5)(k-2) & 4(k-2) \end{bmatrix}$$

Solución:

- Compatible determinado $k \neq -5, k \neq 2$
- Compatible indeterminado $k = 2$
- Incompatible $k = -5$

Determinar los valores de $k \in R$ para que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + 3y + kz = 3 \\ x + ky + 3z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

sea: compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 & k & 3 \\ 1 & k & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} &\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & k & 3 & 2 \\ 2 & 3 & k & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & k+2 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & k+2 & 1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \sim \\ &\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & (k+2)(k-1) & k-1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & k^2+k-2 & k-1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \sim \\ &\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & k-1 & k^2+k-2 & k-1 \\ 0 & 0 & -k^2-k+6 & -k+2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & k+2 & 1 \\ 0 & 0 & (k+3)(k-2) & k-2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Solución:

- Compatible determinado $k \neq 2, k \neq -3$
- Compatible indeterminado $k = 2$
- Incompatible $k = -3$

Determinar los valores de $k \in R$, para que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + 4z = 12 \\ x + (k+3)y + 2z = 6 \\ x + 4y + (k+7)z = 15 \end{cases}$$

Sea: compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 12 \\ 1 & k+3 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & k+7 & 15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 12 \\ 0 & k & -2 & -6 \\ 0 & 1 & k+3 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 12 \\ 0 & k & -2 & -6 \\ 0 & k & k^2+3k & 3k \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 12 \\ 0 & k & -2 & -6 \\ 0 & 0 & k^2+3k+2 & 3k+6 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 12 \\ 0 & k & -2 & -6 \\ 0 & 0 & (k+2)(k+1) & 3(k+2) \end{bmatrix}$$

Solución:

- Compatible determinado $k \neq -2, k \neq -1$
- Compatible indeterminado $k = -2$
- Incompatible $k = -1$

Determinar los valores de las variables x, y, z, w , del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 2y + 2z - w = 14 \\ y + z + 3w = -3 \\ 2z + w = 1 \\ -2w = 6 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 14 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 6 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7 & 20 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7 & 20 \\ 0 & 2 & 2 & 6 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7 & 20 \\ 0 & 2 & 0 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \\ z = 2 \\ w = -3 \end{cases}$$

Determinar los valores de las variables x_1, x_2, x_3 del sistema homogéneo de ecuaciones:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 - 20x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & 0 \\ 2 & -5 & -20 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 12 & 0 \\ 0 & -1 & -12 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 1 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + 20x_3 = 0 \\ x_2 + 12x_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -20x_3 \\ x_2 = -12x_3 \\ x_3 = x_3 \end{cases}$$

El sistema de ecuaciones es compatible indeterminado.

Tiene solución múltiple