



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

ÁLGEBRA  
SEGUNDO EXAMEN FINAL  
TIPO B



SEMESTRE: 2013-1

5 DE DICIEMBRE DE 2012

**INSTRUCCIONES:** Leer cuidadosamente los enunciados de los 6 reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas. **No se permite el uso de calculadora.**

Nombre : \_\_\_\_\_

No. de cuenta : \_\_\_\_\_

**1** Demostrar por inducción matemática la siguiente proposición  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

$$2^3 + 2(3)^3 + 2(5)^3 + \dots + 2(2n - 1)^3 = 2n^2(2n^2 - 1)$$

17 puntos

**2** Determinar el o los valores de  $z \in \mathbb{C}$  que satisface la siguiente ecuación:

$$z^2 = \frac{(z_1 z_2)^3}{z_4 - \bar{z}_3}$$

donde

$$z_1 = \text{cis}45^\circ, \quad z_2 = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i, \quad z_3 = 5e^{\pi i}, \quad z_4 = -5 + 2i$$

17 puntos

**3** Obtener las raíces del polinomio  $f(x)$  si se sabe que  $f(x) = p(x)q(x)$ , donde

$$p(x) = x^2 + 4 \quad y \quad q(x) = x^6 - 3x^5 - \frac{1}{2}x^4 + 5x^3$$

17 puntos

- 4 Una armadora produce 3 tipos de automóviles. Para construir cada tipo se usan tres máquinas; el número de horas dedicado a la producción de cada tipo se presenta en la siguiente tabla:

Máquina	Tipo de Automóvil		
	A	B	C
1	4	2	1
2	3	1	3
3	1	4	1

El número de horas de producción a la semana es de 34 en la máquina 1, 42 en la máquina 2 y 25 en la máquina 3.

Determinar cuántos autos de cada tipo se fabrican a la semana.

17 puntos

- 5 Obtener, si es posible, la adjunta de la matriz  $E$  que satisface la ecuación matricial:

$$(C^{-1})E = A + B$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ -10 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 5 & -9 & -3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

15 puntos

- 6 Sea el conjunto  $S = \left\{s \mid s = \frac{n}{2}, \forall n, s \in \mathbb{N}\right\}$  y la operación binaria  $\circ$  definida por:

$$x \circ y = x + y + 4 \quad \forall x, y \in S$$

- a) Calcular, cuando estén definidas, las operaciones:

$$2 \circ 3, \quad 8 \circ 6, \quad 20 \circ 4$$

- b) Obtener el elemento idéntico izquierdo para la operación  $\circ$ , si es que éste existe.

- c) ¿Es conmutativa la operación  $\circ$  en  $S$ ?

- d) Obtener el elemento inverso derecho para la operación  $\circ$ , si es que éste existe.

17 puntos