



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

ÁLGEBRA
SEGUNDO EXAMEN FINAL
TIPO A



SEMESTRE: 2013-1

5 DE DICIEMBRE DE 2012

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los 6 reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas.
No se permite el uso de calculadora.

Nombre : _____

No. de cuenta : _____

1 Demostrar por inducción matemática la siguiente proposición $\forall n \in \mathbb{N}$.

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n - 1)^3 = n^2(2n^2 - 1)$$

17 puntos

2 Determinar el o los valores de $z \in \mathbb{C}$ que satisface la siguiente ecuación:

$$z^2 = \frac{(z_3 - \bar{z}_4)^3}{z_1 + z_2}$$

donde

$$z_1 = \text{cis}45^\circ, \quad z_2 = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i, \quad z_3 = 5e^{\pi i}, \quad z_4 = -5 + 2i$$

17 puntos

3 Obtener las raíces del polinomio $f(x)$ si se sabe que $f(x) = p(x)q(x)$, donde

$$p(x) = x^2 + 1 \quad y \quad q(x) = x^6 - 3x^5 - 9x^4 + 20x^3$$

17 puntos

- 4) Una armadora produce 3 tipos de automóviles. Para construir cada tipo se usan tres máquinas; el número de horas dedicado a la producción de cada tipo se presenta en la siguiente tabla:

Máquina	Tipo de Automóvil		
	A	B	C
1	3	2	3
2	1	3	4
3	2	7	2

El número de horas de producción a la semana es de 35 en la máquina 1, 27 en la máquina 2 y 46 en la máquina 3.

Determinar cuántos autos de cada tipo se fabrican a la semana.

17 puntos

- 5) Obtener, si es posible, la adjunta de la matriz R que satisface la ecuación matricial:

$$(C^{-1})R = A - B$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 9 \\ -9 & -13 & -12 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

15 puntos

- 6) Sea el conjunto $T = \{t | t = 3n, \forall n \in \mathbb{N}\}$ y la operación binaria \circ definida por:

$$x \circ y = x + y + 4 \quad \forall x, y \in T$$

- a) Calcular, cuando estén definidas, las operaciones:

$$9 \circ 6, \quad 1 \circ 6, \quad 3 \circ 3$$

- b) Demostrar que la operación \circ es cerrada en T

- c) ¿Es conmutativa la operación \circ en T ?

- d) ¿Es asociativa la operación \circ en T ?

17 puntos