



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

ÁLGEBRA  
PRIMER EXAMEN FINAL  
TIPO B



SEMESTRE: 2014-1

29 DE NOVIEMBRE DE 2013

**INSTRUCCIONES:** Leer cuidadosamente los enunciados de los 6 reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas. **No se permite el uso de calculadora.**

Nombre : \_\_\_\_\_

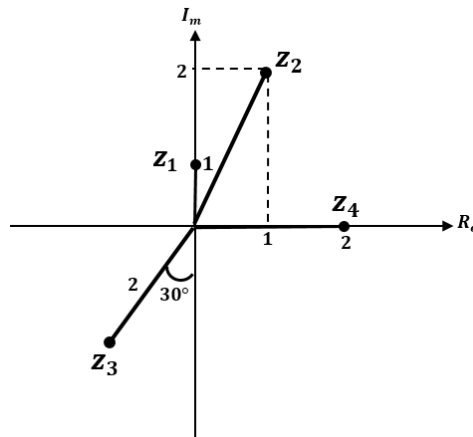
No. de cuenta : \_\_\_\_\_

**1** Demostrar, por inducción matemática, la validez de la siguiente proposición:

$$3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{3}{2^{n-1}} = 3 \left[ \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \right], \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

**15 puntos**

**2** Sean los números complejos  $z_1, z_2, z_3$  y  $z_4$  que se muestran en el plano de Argand.



Obtener los números  $z \in \mathbb{C}$  que satisfacen la ecuación y graficarlos en el plano de Argand:

$$z^3 z_3^2 = \frac{2z_2 - z_4}{z_1}$$

**20 puntos**

**3** Obtener las raíces del siguiente polinomio:

$$p(x) = x^5 + (1 - 3i)x^4 + 2x^3 + (2 - 6i)x^2 + x - (-1 + 3i)$$

Si se sabe que  $(-1 + 3i)$  es raíz de  $p(x)$ .

**15 puntos**

**4** Gabino (el panadero) vendió 60 piezas de pan entre conchas, panqués y cocoles, el número de las conchas es igual a la suma de los panqués más los cocoles, las conchas y los cocoles cuestan 3 pesos y los panqués 5 pesos. Si lo que se juntó fueron 220 pesos, ¿cuántos panes fueron de cada uno?

**15 puntos**

**5** Resolver la siguiente ecuación matricial:

$$AX^T - B - 2C = 0$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & 0 \\ -2 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

**20 puntos**

**6** Sea el conjunto  $G = \{g | g \geq 0, g \in \mathbb{R}\}$  y la operación  $\cdot$  definida por

$$c \cdot d = c + d \quad \forall c, d \in G$$

Determinar si  $(G, \cdot)$  es un grupo abeliano.

**15 puntos**