



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

ÁLGEBRA  
PRIMER EXAMEN FINAL  
TIPO A



SEMESTRE: 2014-1

29 DE NOVIEMBRE DE 2013

**INSTRUCCIONES:** Leer cuidadosamente los enunciados de los 6 reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas. **No se permite el uso de calculadora.**

Nombre : \_\_\_\_\_

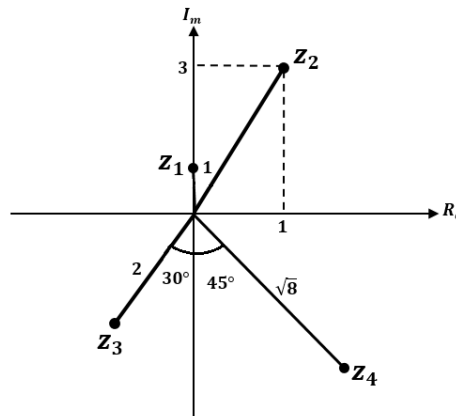
No. de cuenta : \_\_\_\_\_

**1** Demostrar, por inducción matemática, la validez de la siguiente proposición:

$$2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{2}{2^{n-1}} = 2 \left[ \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \right], \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

**15 puntos**

**2** Sean los números complejos  $z_1, z_2, z_3$  y  $z_4$  que se muestran en el plano de Argand.



Obtener los números  $z \in \mathbb{C}$  que satisfacen la siguiente ecuación y graficarlos en el plano de Argand:

$$z^4 z_3^3 = \frac{2z_2 - z_4}{z_1}$$

**20 puntos**

**3** Obtener las raíces del siguiente polinomio:

$$p(x) = x^5 - (1 - 3i)x^4 + 5x^3 - (5 - 15i)x^2 + 4x - (4 - 12i)$$

Si se sabe que  $(1 - 3i)$  es raíz de  $p(x)$ .

**15 puntos**

**4** Gabino (el panadero) vendió 120 piezas de pan entre conchas, panqués y cocoles, la suma de las conchas más los panqués es el doble que los cocoles, las conchas y los cocoles cuestan 3 pesos y los panqués 5 pesos. Si lo que se juntó fueron 420 pesos, ¿cuántos panes fueron de cada uno?

**15 puntos**

**5** Resolver la siguiente ecuación matricial:

$$AX^T = B + 2C$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & 0 \\ -2 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

**20 puntos**

**6** Sea el conjunto  $H = \{h|h > 0, h \in \mathbb{R}\}$  y la operación  $+$  definida por:

$$a + b = ab \quad \forall a, b \in H$$

Determinar si  $(H, +)$  es un grupo abeliano.

**15 puntos**