



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL
TIPO B



SEMESTRE: 2013-2

30 DE MAYO DE 2013

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los 6 reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas.
No se permite el uso de calculadora.

Nombre : _____

No. de cuenta : _____

1

Demostrar por medio del método de inducción matemática la validez de la proposición:

$$P(n): 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{n-1} = \frac{5^n - 1}{4}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

15 puntos

2

Obtener los valores de $w \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuación

$$\frac{w^3(z_1 z_4)}{z_2} = z_3$$

donde $z_1 = e^{2\pi i}$, $z_2 = \text{cis } 360^\circ$, $z_3 = 2 \text{ cis } 420^\circ$, $z_4 = 2i^{20}$

18 puntos

3

Encontrar las raíces del polinomio $q(x)$, así como una cota superior de las raíces de $q(x)$.

$$q(x) = x^8 - x^4 - 6$$

15 puntos

4

Un asesor bancario ofrece tres tipos de inversiones: x , y y z . Las restricciones de la bolsa ofrecen 20 unidades menos del tipo x , que el total de los otros dos tipos, y las inversiones del tipo x son el triple de las del tipo y . El asesor bancario debe colocar un total de 350 inversiones por mes. ¿Cuántas unidades de cada tipo deben venderse por mes?

16 puntos

5

Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$XB - \det(C)C = \text{tr}(B)XA$$

Donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix}$$

16 puntos

6

Determinar si el sistema $(B,*)$ tiene estructura de grupo si se sabe que:

$$B = \{m \mid m = (a, b), \quad a, b \in \mathbb{R}\}$$
$$(a, b) * (c, d) = (a + d, ad - b)$$

en caso contrario, determinar cuáles propiedades no cumple.

20 puntos