



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 FACULTAD DE INGENIERÍA  
 DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
 COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



**ÁLGEBRA**  
**PRIMER EXAMEN FINAL**  
**TIPO A**

**SEMESTRE: 2013-2**

**30 DE MAYO DE 2013**

**INSTRUCCIONES:** Leer cuidadosamente los enunciados de los 6 reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas. **No se permite el uso de calculadora.**

Nombre : \_\_\_\_\_

No. de cuenta : \_\_\_\_\_

**1** Demostrar por medio del método de inducción matemática la validez de la proposición:

$$P(n): 1 + 6 + 6^2 + \dots + 6^{n-1} = \frac{6^n - 1}{5}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

**15 puntos**

**2** Obtener los números  $w \in \mathbb{C}$  que satisfacen la ecuación

$$\frac{w^3(z_3 z_2)}{z_4} = z_1$$

donde  $z_1 = -1 \text{ cis } 180^\circ$ ,  $z_2 = i^{20}$ ,  $z_3 = 2 \text{ cis } 1140^\circ$ ,  $z_4 = 2e^{2\pi i}$

**18 puntos**

**3** Obtener las raíces del polinomio  $p(x)$ , así como una cota superior de las raíces de  $p(x)$ .

$$p(x) = x^8 + x^4 - 6$$

**15 puntos**

4

Un asesor bancario ofrece tres tipos de inversiones: A, B y C. Las restricciones de la bolsa ofrecen 10 unidades menos del tipo C, que el total de los otros dos tipos, y las inversiones de tipo A son el doble de las del tipo B. El asesor bancario debe colocar un total de 500 inversiones por mes. ¿Cuántas unidades de cada tipo deben venderse por mes?

16 puntos

5

Obtener la matriz  $X$  que satisface la ecuación matricial

$$XA + \text{tr}(B)C = \det(A^{-1})XB$$

Donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix}$$

16 puntos

6

Determinar si el sistema  $(A, \Delta)$  tiene estructura de grupo si se sabe que :

$$A = \{(a, b), / a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$(a, b)\Delta(c, d) = (a + c, bc + da)$$

en caso contrario, determinar cuáles propiedades no cumple.

20 puntos