



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL
TIPO B



SEMESTRE: 2013-1

28 DE NOVIEMBRE DE 2012

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los 6 reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas.
No se permite el uso de calculadora.

Nombre : _____

No. de cuenta : _____

1 Demostrar la siguiente proposición por medio de inducción matemática

$$2a + 2(a + d) + 2(a + 2d) + \dots + 2[a + (n - 1)d] = n[2a + (n - 1)d] \quad ; \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

17 puntos

2 Determinar el o los valores de y para que el módulo o radio del número complejo $z = \frac{y-i}{1-i}$ sea igual a $\sqrt{13}$

17 puntos

3 Expresar el polinomio $q(x)$ como el producto de factores lineales, si se sabe que $2i$ es una de sus raíces.

$$q(x) = x^6 + (-3 - 2i)x^5 + (-2 + 6i)x^4 + (6 + 4i)x^3 - 12ix^2$$

17 puntos

- 4** Se compraron 65 cajas de los productos X, Y, Z. El producto X costó 10 pesos por caja, el Y costó 30 pesos y el Z costó 50 pesos, pagándose un total de 1830 pesos. Si el número de cajas del producto X es igual a la suma de las cajas de los productos Z y Y más 5, ¿cuántas cajas se compraron de cada producto?

15 puntos

- 5** Obtener, si es posible, la traza de la matriz X que satisface la ecuación matricial:

$$\det(C) [(CD)^{-1} - 2I] + \text{tr}(A^2)X(C^T)^{-1} = B$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -6 & 10 \end{bmatrix}, \quad C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad D^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

17

- 6** El sistema (R, \oplus, \otimes) tiene estructura de campo. Determinar el elemento idéntico y el elemento inverso para la primer operación si se tiene que:

$$a \oplus b = a + b + 1, \quad a \otimes b = a + b + ab, \quad \forall a, b \in R$$

17 puntos