



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
 FACULTAD DE INGENIERÍA
 DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
 COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL
TIPO A

SEMESTRE: 2013-1

28 DE NOVIEMBRE DE 2012

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los 6 reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas.
No se permite el uso de calculadora.

Nombre : _____

No. de cuenta : _____

1 Demostrar la siguiente proposición por medio de inducción matemática

$$a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + [a + (n - 1)d] = \frac{1}{2}n[2a + (n - 1)d] \quad ; \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

17 puntos

2 Determinar el o los valores de x para que el módulo o radio del número complejo $z = \frac{x+i}{1+i}$

sea igual a $\sqrt{5}$

17 puntos

3 Expresar el polinomio $h(x)$ como el producto de factores lineales, si se sabe que i es una de sus raíces.

$$h(x) = x^6 + (2 - i)x^5 + (-3 - 2i)x^4 + (-6 + 3i)x^3 + 6ix^2$$

17 puntos

4 Se compraron 65 cajas de los productos A, B, C. El producto A costó 17 pesos por caja, el B costó 30 pesos y el C costó 48 pesos, pagándose en total 1830 pesos. Si el número de cajas del producto A es igual a la suma de las cajas de B y C menos 5, ¿cuántas cajas se compró de cada producto?

15 puntos

5 Obtener, si es posible, la traza de la matriz X que satisface la ecuación matricial:

$$\det(A) [(AC)^{-1} - 3I] + \text{tr}(B^2)X(A^T)^{-1} = D$$

Donde:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -6 & 10 \end{bmatrix}$$

17 puntos

6 El sistema (R, \otimes, \oplus) tiene estructura de campo. Determinar el elemento idéntico y el elemento inverso para la segunda operación, si se tiene que:

$$x \otimes y = x + y + 1, \quad x \oplus y = x + y + xy, \quad \forall x, y \in R$$

17 puntos