Ejercicios resueltos:

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 3**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

1. Cuando un electrón pasa perpendicularmente a través de las líneas de flujo de un campo magnético de 140 [μT], éste lo obliga a desviarse siguiendo una trayectoria circular de 7 [cm] de radio. Determine qué energía cinética posee dicho electrón.

Resolución:

- En este ejercicio se proporciona el campo magnético B y el radio de curvatura r, para determinar la energía cinética que posee el electrón; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

  $\frac{q}{m}$ = 1.7588 x 10^{11} [C·kg^{-1}]

  B = 140 [μT] = 140 x 10^{-6} [T]

  r = 7 [cm] = 0.07 [m]

  q = 1.6022 x 10^{-19} [C]

  m = 9.1093 x 10^{-31} [kg]

  θ = 90º

  E_c = **?**

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el ***Formulario 3*** quedaría como sigue:

1 $F_m = q \cdot v \cdot B \cdot sen\theta$	6 $\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	11 $\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2 $F_m = q \cdot v \cdot B$	7 $F_e = q \cdot E$	12 $v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3 $F_c = m \cdot a_c$	8 $v = \frac{E}{B}$	13 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4 $a_c = \frac{v^2}{r}$	9 $E_c = q \cdot V$	14 $B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5 $F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	10 $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	15 $\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r)^2}$

- Como se observa, para determinar la energía cinética del electrón, se podría emplear la expresión **9**; sin embargo, se requiere determinar antes el valor del potencial de aceleración V, para lo cual se emplearía la expresión **13**; por lo tanto, considerando **VI-iii**, se emplearían las expresiones **9** y **13** para obtener una expresión que permita determinar la energía cinética en términos de los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

13 $\dfrac{q}{m} = \dfrac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2} \quad \Longrightarrow \quad V = \dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{q}{m}\right) \cdot (B \cdot r)^2$

9 $E_c = q \cdot V$

$$\longrightarrow E_c = \frac{(B \cdot r \cdot q)^2}{2 \cdot m}$$

$$E_c = 1.3531 \times 10^{-18} [\, J]$$

- Por otro lado, para determinar la energía cinética del electrón, también se podría emplear la expresión **10**; sin embargo, se requiere determinar antes el valor de la velocidad del electrón v, para lo cual se emplearía la expresión **6**; por lo tanto, considerando **VI-iii**, se emplearían las expresiones **6** y **10** para determinar la energía cinética en términos de los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

6 $\dfrac{q}{m} = \dfrac{v}{B \cdot r} \quad \Longrightarrow \quad v = B \cdot r \cdot \left(\dfrac{q}{m}\right)$

10 $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

$$\longrightarrow E_c = \frac{(B \cdot r \cdot q)^2}{2 \cdot m}$$

$$E_c = 1.3531 \times 10^{-18} [\, J]$$

Como se observa, en ambos casos se tiene la misma expresión final para determinar la energía cinética del electrón. Esto resulta lógico, ya que ésta se determina a partir de los mismos parámetros.

---

2. Dos partículas con carga eléctrica positiva de igual magnitud que la del electrón, describen trayectorias circulares cuando atraviesan, a la misma velocidad y perpendicularmente, las líneas de flujo de un campo magnético homogéneo. Si se sabe que la partícula de masa 70x10^{-28} [kg] posee un radio de curvatura de 21 [cm], determine la masa de la otra partícula que tiene un radio de curvatura de 28 [cm].

Resolución:

- En este ejercicio se proporciona el radio de curvatura de cada partícula (r_1 y r_2) y la masa m_1 de una de ellas para determinar la masa de la otra partícula; por lo tanto, entendiéndose que ambas partículas tienen igual carga, igual velocidad y atraviesan el mismo campo magnético, se considera **I**, **II** y **III** para establecer los datos siguientes:

m_1 = 70x10^{-28} [kg]

r_1 = 21 [cm] = 0.21 [m]

r_2 = 28 [cm] = 0.28 [m]

$q_1 = q_2 = q$ = 1.6022 x 10^{-19} [C]

$v_1 = v_2 = v = ?$

$B_1 = B_2 = B = ?$

$m_2 = $ **?**

- Considerando **VII** para cada partícula, se emplea la expresión **6** y se obtienen las dos ecuaciones siguientes, en las que se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos:

$$\frac{q}{m_1} = \frac{v}{B \cdot r_1} \qquad\qquad \frac{q}{m_2} = \frac{v}{B \cdot r_2}$$

- Como se observa, en ambas ecuaciones se tiene los parámetros que permanecen constantes (q, v y B); de tal forma que, algebraicamente es posible determinar el valor de m_2 en términos de los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{q}{m_1} = \dfrac{v}{B \cdot r_1} \Longrightarrow \dfrac{r_1}{m_1} = \dfrac{v}{B \cdot q} \\[2ex] \dfrac{q}{m_2} = \dfrac{v}{B \cdot r_2} \Longrightarrow \dfrac{r_2}{m_2} = \dfrac{v}{B \cdot q} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{r_1}{m_1} = \frac{r_2}{m_2} \Longrightarrow m_2 = \frac{r_2}{r_1} \cdot m_1$$

$$m_2 = 9.3333 \times 10^{-27} [kg]$$

---

3. Cuando un haz de rayos catódicos pasa perpendicularmente a través de un campo magnético de 0.7 [mT] se desvía con un radio de curvatura de 56.8561x10^{-3} [m]. Se desea que el haz de rayos catódicos recupere su trayectoria recta aplicando un campo eléctrico (E) perpendicular a la trayectoria del haz y al campo magnético. Calcule la magnitud que deberá tener el campo eléctrico aplicado.

Resolución:

- En este ejercicio se proporciona el campo magnético B y el radio de curvatura r para determinar la magnitud que deberá tener un campo eléctrico, para que los electrones recuperen su trayectoria recta; entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

B = 0.7 [mT] = 0.7 x 10 $^{-3}$ [T]

r = 56.8561 x 10 $^{-3}$ [m]

q = 1.6022 x 10^{-19} [C]

m = 9.1093 x 10^{-31} [kg]

$\frac{q}{m}$ = 1.7588 x 10^{11} [C·kg^{-1}]

E = **?**

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 3** quedaría como sigue:

1	$F_m = q \cdot v \cdot B \cdot sen\theta$	**6**	$\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	**11**	$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2	$F_m = q \cdot v \cdot B$	**7**	$F_e = q \cdot E$	**12**	$v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3	$F_c = m \cdot a_c$	**8**	$v = \frac{E}{B}$	**13**	$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4	$a_c = \frac{v^2}{r}$	**9**	$E_c = q \cdot V$	**14**	$B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5	$F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	**10**	$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	**15**	$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r)^2}$

- Como se observa, para determinar la intensidad del campo eléctrico solicitado, se podría emplear la expresión **8**; sin embargo, se requiere determinar antes el valor de la velocidad v, para lo cual se emplearía la expresión **6**; por lo tanto, considerando **VI-iii**, se emplearían las expresiones **6** y **8** para obtener una expresión que permita determinar el campo eléctrico en términos de los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

6 $\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \implies v = B \cdot r \cdot \left(\frac{q}{m}\right)$

8 $v = \frac{E}{B} \implies E = B \cdot v$

$$\rightarrow E = B^2 \cdot r \cdot \left(\frac{q}{m}\right)$$

$$E = 4\,900\ [N \cdot C^{-1}]$$

4. Cuando un electrón acelerado por una diferencia de potencial de 700 [V] pasa perpendicularmente a través de un campo magnético, se ejerce sobre él una fuerza magnética de 1.7598x10^{-14} [N]. Determine la cantidad de movimiento angular que posee dicho electrón.

Resolución:

- En este ejercicio se proporciona la diferencia de potencial V y la fuerza magnética F_m, para determinar la cantidad de movimiento angular; entonces, considerando **II, III** y **IV**, se tendrían los datos siguientes:

  V = 700 [V]

  F_m = 1.7598x10^{-14} [N]

  F_c = 1.7598x10^{-14} [N]

  q = 1.6022 x 10^{-19} [C]

  m = 9.1093 x 10^{-31} [kg]

  $\frac{q}{m}$ = 1.7588 x 10^{11} [C·kg^{-1}]

  θ = 90º

  Momento angular = ?

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 3** quedaría como sigue:

1	$F_m = q \cdot v \cdot B \cdot sen\theta$	6	$\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	11	$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2	$F_m = q \cdot v \cdot B$	7	$F_e = q \cdot E$	12	$v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3	$F_c = m \cdot a_c$	8	$v = \frac{E}{B}$	13	$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4	$a_c = \frac{v^2}{r}$	9	$E_c = q \cdot V$	14	$B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5	$F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	10	$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	15	$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r)^2}$

- Para determinar el valor del producto $\boldsymbol{m \cdot v \cdot r}$ (momento angular), se tiene la masa, m, pero se requiere la velocidad v, y el radio de curvatura r; por lo tanto, considerando **VI-ii**, inicialmente se puede emplear la expresión **12** para determinar la velocidad y posteriormente se emplearía la expresión **5** para determinar el radio de curvatura. Finalmente, ya teniendo la velocidad y el radio de curvatura, se determina la cantidad de movimiento angular con los parámetros conocidos, como se muestra esquemáticamente a continuación:

12 $v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \implies v = 15.6917 \times 10^{6}\ [m \cdot s^{-1}]$

5 $F_c = \frac{m \cdot v^2}{r} \implies r = \frac{m \cdot v^2}{F_c} \implies r = 12.7533 \times 10^{-3}[m]$

$$Momento\ angular = m \cdot v \cdot r$$

$$Momento\ angular = 182.1975 \times 10^{-27}[J \cdot s]$$

5. Al repetir el experimento de Thomson en un aparato que consta de unas bobinas de 15 [cm] de radio y 130 vueltas de conductor, se determinaron los valores siguientes cuando se mantenía constante la corriente.

Velocidad, v x 10^6 [m·s^{-1}]*	**9.3211**	**8.8567**	**8.4502**	**8.0451**	**7.6644**	**7.2880**	**6.9166**
Diámetro [cm]	**11.0**	**10.5**	**10.0**	**9.5**	**9.0**	**8.5**	**8.0**

Determine, con la información que da la totalidad de los puntos, la intensidad de la corriente que circula a través de las bobinas.

Resolución:

- En este ejercicio se tienen siete eventos, ya que se tienen siete diferentes velocidades v, con su correspondiente diámetro de curvatura; además, se dan el radio de las bobinas a, y el número de vueltas de conductor N, para determinar la corriente eléctrica; no obstante, en el **Formulario 3** ninguna expresión contiene al diámetro, por lo que es conveniente obtener los correspondientes radios de curvatura r, y entonces, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

  a = 15 [cm] = 0.15 [m]

  N = 130

  μ_o = 4π x 10^{-7} [T·m·A^{-1}]

e = 1.6022 x 10^{-19} [C]

m = 9.1093 x 10^{-31} [kg]

v x 10^6 [m·s^{-1}]	9.3211	8.8567	8.4502	8.0451	7.6644	7.2880	6.9166
r [m]	0.0550	0.0525	0.0500	0.0475	0.0450	0.0425	0.0400

I = **?**

- Considerando **VIII-i**, primero se emplearían las expresiones **6** y **14** para obtener una expresión en la cual se tienen todos los parámetros excepto le intensidad de la corriente eléctrica I; posteriormente, considerando **VIII-ii**, se obtiene una expresión en la cual la variable independiente es la velocidad v, y la variable dependiente es el radio de curvatura r, como se muestra en el esquema siguiente:

6 $$\frac{q}{m}=\frac{v}{B\cdot r}$$

14 $$B=\frac{N\cdot\mu_0\cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}\cdot a}$$

$$\frac{q}{m}=\frac{v\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}\cdot a}{N\cdot\mu_0\cdot I\cdot r}\quad\Longrightarrow\quad r=\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}\cdot a}{N\cdot\mu_0\cdot I\cdot\left(\frac{q}{m}\right)}\cdot v$$

- Como se observa, la pendiente es el cociente que multiplica a la velocidad; por lo tanto, si se considera **VIII-iii** y **VIII-iv**, se obtiene el valor de la pendiente empleando el método de mínimos cuadrados y se determinaría el valor de I, como se muestra a continuación:

Empleando mínimos cuadrados, el valor de la pendiente que se obtiene es:

$$\boldsymbol{m}=6.2773\text{x}10^{-9}\ [\text{s}^{-1}]$$

$$\boldsymbol{m}=\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}\cdot a}{N\cdot\mu_0\cdot I\cdot\left(\frac{q}{m}\right)}\quad\Longrightarrow\quad I=\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}\cdot a}{N\cdot\mu_0\cdot\boldsymbol{m}\cdot\left(\frac{q}{m}\right)}$$

$$I=1.1622\ [A]$$

* Esta notación indica que se multiplicó la velocidad real por 10^6 para obtener los valores de la tabla; por lo tanto, para utilizar los valores de la velocidad real en los cálculos, se tienen que multiplicar los valores de la tabla por 10^{-6}.

---

6. En un experimento como el de Thomson, inicialmente un haz de electrones que se mueve perpendicularmente a un campo magnético de 7x10^{-4} [T], tiene una velocidad de 7x10^{6} [m·s^{-1}]. Determine la aceleración centrípeta que se ejerce sobre los electrones, cuando el voltaje de aceleración disminuye a un séptimo de su valor inicial, V = (1/7)V$_o$.

Resolución:

- En este ejercicio, se debe entender que el haz de electrones estará en dos situaciones diferentes, pero que conservará el valor de la carga q, la masa m y la intensidad del campo magnético B; de tal forma que, al cambiar su voltaje de aceleración de V_0 a V, su velocidad también cambia de v_0 a v. Como se proporcionan B y v_o, y se pide la aceleración centrípeta a_c que se ejerce sobre los electrones, cuando el voltaje disminuye a un séptimo de su valor inicial, se puede considerar **I**, **II**, y **III**, para tener los datos siguientes:

  B = 7x10^{-4} [T]

  v_o = 7 x 10^{6} [m·s^{-1}]

  q = 1.6022 x 10^{-19} [C]

  m = 9.1093 x 10^{-31} [kg]

  q/m = 1.7588 x 10^{11} [C·kg^{-1}]

  a_c = **?**

- Si solo se considera el evento inicial en el que el voltaje de aceleración es V_0 y se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 3** quedaría como sigue:

1	$F_{m_0} = q \cdot v_0 \cdot B \cdot sen\theta$	**6**	$\frac{q}{m} = \frac{v_0}{B \cdot r_0}$	**11**	$\frac{q}{m} = \frac{{v_0}^2}{2 \cdot V_0}$
2	$F_{m_0} = q \cdot v_0 \cdot B$	**7**	$F_{e_0} = q \cdot E_0$	**12**	$v_0 = \sqrt{2 \cdot V_0 \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$
3	$F_{c_0} = m \cdot a_c$	**8**	$v_0 = \frac{E_0}{B}$	**13**	$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V_0}{(B \cdot r_0)^2}$
4	$a_{c_0} = \frac{{v_0}^2}{r_0}$	**9**	$E_{c_0} = q \cdot V_0$	**14**	$B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5	$F_{c_0} = \frac{m \cdot {v_0}^2}{r_0}$	**10**	$E_{c_0} = \frac{1}{2} m \cdot {v_0}^2$	**15**	$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r_0)^2}$

- Como se observa, empleando la ecuación **11**, se puede determinar el valor del voltaje inicial V_0, y teniendo en cuenta que en el enunciado se establece que $V = (1/7)V_o$, se podría entonces determinar el voltaje final V. Teniendo un dato más para el segundo evento y denotando en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 3** quedaría como sigue:

1	$F_m = q \cdot v \cdot B \cdot sen\theta$	**6**	$\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r}$	**11**	$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V}$
2	$F_m = q \cdot v \cdot B$	**7**	$F_e = q \cdot E$	**12**	$v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}$

3	$F_c = m \cdot a_c$	8	$v = \frac{E}{B}$	13	$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2}$
4	$a_c = \frac{v^2}{r}$	9	$E_c = q \cdot V$	14	$B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a}$
5	$F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}$	10	$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	15	$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_o \cdot I \cdot r)^2}$

- En este caso, se emplearían las expresiones **12** y **13** respectivamente para determinar la velocidad y el radio de curvatura finales, y por último, se emplearía la expresión **4** para determinar la aceleración centrípeta solicitada. Esquemáticamente, la resolución de este ejercicio quedaría de la forma siguiente:

$$\frac{q}{m} = \frac{{v_0}^2}{2 \cdot V_0} \implies V_0 = \frac{{v_0}^2}{2 \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \implies V_0 = 139.2995[V]$$

$$V = \frac{1}{7} V_0 \implies V = 19.8999[V]$$

$$v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \implies v = 2645751.311[m \cdot s^{-1}]$$

$$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(B \cdot r)^2} \implies r = \sqrt{\frac{2 \cdot V}{B^2 \cdot \left(\frac{q}{m}\right)}} \implies r = 0.02149[m]$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \implies a_c = 325.73 \times 10^{12}[m \cdot s^{-2}]$$

---

7. En un experimento como el de Thomson, se mantuvo constante la corriente y se determinaron los datos siguientes:

E_C [J] x 10^{18}	**70**	**140**	**210**	**280**	**350**	**420**	**490**
r [m] x 10^3	**11.4215**	**22.8431**	**34.2647**	**45.6863**	**57.1078**	**68.5294**	**79.9510**

Empleando la información que da la totalidad de los puntos, determine la fuerza centrípeta que se ejerce sobre los electrones.

Resolución:

- En este ejercicio se tienen siete eventos, ya que se dan siete valores de energía cinética E_C, con su correspondiente radio de curvatura r, para determinar la fuerza centrípeta. Así, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

  e = 1.6022 x 10^{-19} [C]

  m = 9.1093 x 10^{-31} [kg]

E_C [J] x 10^{18}	70	140	210	280	350	420	490
r [m] x 10^{3}	11.4215	22.8431	34.2647	45.6863	57.1078	68.5294	79.9510

  F_C = **?**

- Considerando **VIII-i**, primero se emplearían las expresiones **5** y **10**, para obtener una expresión en la cual se tienen todos los parámetros excepto la fuerza centrípeta F_C; posteriormente, considerando **VIII-ii**, se obtiene una expresión en la cual la variable independiente es la energía cinética E_C, y la variable dependiente es el radio de curvatura r, como se muestra en el esquema siguiente:

5 $F_c = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$

10 $E_c = \dfrac{1}{2} m \cdot v^2$

$$F_C = \frac{2 \cdot E_C}{r} \quad \Longrightarrow \quad r = \frac{2}{F_C} \cdot E_C$$

- Como se observa, la pendiente es el cociente que multiplica a la energía cinética; por lo tanto, si se considera **VIII-iii** y **VIII-iv**, se obtiene el valor de la pendiente empleando el método de mínimos cuadrados y se determinaría el valor de I, como se muestra a continuación:

Empleando mínimos cuadrados, el valor de la pendiente que se obtiene es:

$$m = 1.6316 \times 10^{14} [m \cdot J^{-1}] \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{m} = \frac{2}{F_C} \quad \Longrightarrow \quad F_C = \frac{2}{\boldsymbol{m}}$$

$$F_C = 12.257x10^{-15} \; [N]$$