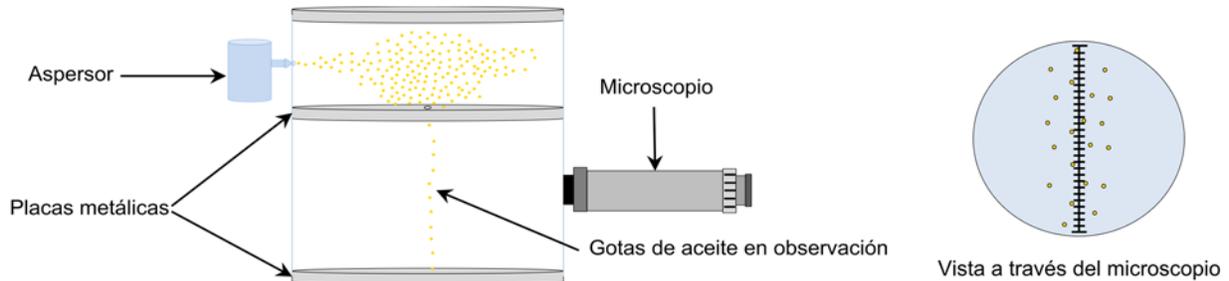


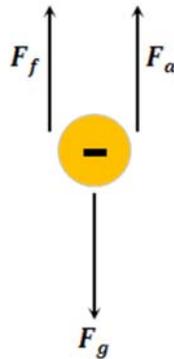
“EXPERIMENTO DE ROBERT ANDREWS MILLIKAN”

Determinación de la carga del electrón



Desarrollo matemático:

Cuando la gota de aceite cargada negativamente se encuentra en caída libre, se ejercen sobre ella diferentes fuerzas, como son: la fuerza de gravedad, F_g ; la fuerza de fricción de Stokes F_f ; y la fuerza de Arquímedes, F_a (fuerza de flotación o fuerza boyante), las cuales se representan en el esquema siguiente:



Estas fuerzas alcanzan el equilibrio, cuando al cabo de cierto tiempo, la gota adquiere una velocidad constante de caída libre (velocidad terminal de caída libre); esto significa que su aceleración es nula. Por lo anterior, la expresión de equilibrio para las fuerzas que actúan sobre la gota en caída libre es la siguiente:

$$F_g - F_a - F_f = 0 \quad (1)$$

La fuerza de gravedad que actúa sobre la gota, de acuerdo con la segunda ley de Newton, quedaría definida por la expresión siguiente:

$$F_g = m_{ac} \cdot g \quad (2)$$

Donde:

m_{ac} = Masa de la gota de aceite

g = Aceleración gravitatoria

M. C. Q. Alfredo Velásquez Márquez

Sin embargo, la masa de la gota se debe de calcular de forma indirecta, empleando la fórmula de densidad:

$$\rho_{ac} = \frac{m_{ac}}{V_{ac}} \quad (3)$$

Donde:

ρ_{ac} = Densidad del aceite

V_{ac} = Volumen de la gota

El volumen, al igual que la masa de la gota, se debe de calcular de forma indirecta; para lo cual, se asume que la gota es esférica; de tal forma que, su volumen se calcula con la expresión siguiente:

$$V_{ac} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \quad (4)$$

Donde, r = Radio de la gota de aceite

Al sustituir (3) y (4) en la ecuación (2), se obtiene la expresión siguiente:

$$F_g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g \quad (5)$$

Con la expresión (5) se calcula la fuerza de gravedad que se ejerce sobre la gota de aceite; sin embargo, debido a que la gota de aceite es tan pequeña, no se puede determinar su radio directamente; por ello, más adelante se explica cómo determinar de forma indirecta el radio de la gota. Por otro lado, la fuerza de fricción de Stokes, está determinada por la expresión siguiente:

$$F_f = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v \quad (6)$$

Donde:

η = Viscosidad del aire

v = Velocidad terminal

La fuerza de Arquímedes, de acuerdo con la segunda ley de Newton, queda definida por la expresión siguiente:

$$F_a = m_{ai} \cdot g \quad (7)$$

donde, m_{ai} = masa del aire desplazado.

Tal que, mediante un procedimiento matemático semejante al descrito para la fuerza de gravedad, se obtiene la expresión siguiente:

$$F_a = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g \quad (8)$$

con la cual se puede calcular la fuerza de Arquímedes, si se conoce el radio de la gota y la densidad del aire, ρ_{ai} .

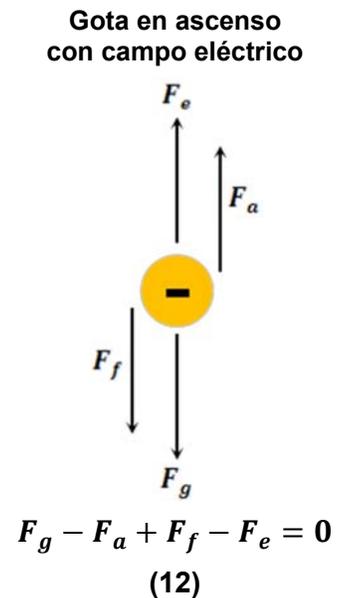
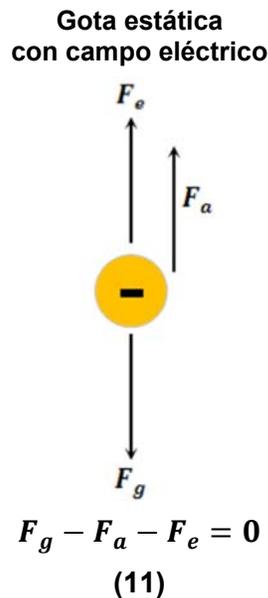
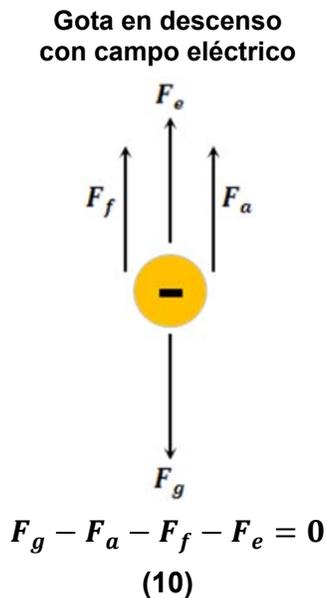
Ahora bien, si se sustituyen las expresiones (5), (6) y (8) en la expresión (1), se despeja el radio y se simplifica, se obtiene la expresión siguiente:

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v}{2 \cdot \Delta\rho \cdot g}} \quad (9)$$

donde $\Delta\rho$ = diferencia de densidades = $\rho_{ac} - \rho_{ai}$

Por lo tanto, con la expresión (9), se puede determinar el radio de la gota de aceite. El parámetro a medir es la velocidad terminal de caída libre.

Cuando la gota se encuentra entre las placas metálicas y se aplica una diferencia de potencial entre las placas, se genera un campo eléctrico el cual da origen a una fuerza eléctrica (F_e) que se ejerce sobre la gota. Dependiendo de la magnitud de la fuerza eléctrica y de la carga de la gota, ésta se puede encontrar en cualquiera de las situaciones que se ilustran a continuación con diagramas de cuerpo libre y su respectiva expresión de equilibrio:



Para cada uno de los casos anteriores, la fuerza eléctrica se define con la expresión siguiente:

$$F_e = Q \cdot E \quad (13)$$

Donde:

Q = Carga eléctrica de la gota de aceite

E = Campo eléctrico

Sin embargo, el campo eléctrico, E , se puede calcular con la expresión siguiente:

$$E = \frac{V}{d} \quad (14)$$

Donde:

V = Diferencia de potencial aplicado entre las placas

d = distancia entre las placas

Por lo tanto, al sustituir (14) en (13), se obtiene la expresión siguiente:

$$F_e = Q \cdot \frac{V}{d} \quad (15)$$

Con la cual se puede determinar la fuerza eléctrica que se ejerce sobre la gota. Con base en todo lo anterior, se pueden sustituir las expresiones de las diferentes fuerzas en cada una de las expresiones de equilibrio y despejar la carga (Q) para cada caso.

Cuando la gota de aceite desciende en presencia de un campo eléctrico pequeño, la expresión para determinar la carga de la gota quedaría como:

$$Q = \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \Delta\rho \cdot g - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_d \right) \left(\frac{d}{V_d} \right) \quad (16)$$

Donde:

v_d = Velocidad terminal de descenso

V_d = Potencial de descenso.

Cuando la gota de aceite se encuentra estática en presencia de un campo eléctrico, la expresión para determinar la carga de la gota sería:

$$Q = \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \Delta\rho \cdot g \right) \left(\frac{d}{V_e} \right) \quad (17)$$

Donde:

V_e = Potencial necesario para que la gota se encuentre estática.

Cuando la gota de aceite se encuentra ascendiendo en presencia de un campo eléctrico, la expresión para determinar la carga de la gota es:

$$Q = \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \Delta\rho \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right) \left(\frac{d}{V_a} \right) \quad (18)$$

Donde:

v_a = Velocidad terminal de ascenso

V_a = Potencial de ascenso.