Sistemas de unidades

Ejercicios propuestos

1. Realice las siguientes conversiones de unidades:

a) Una cantidad X es igual a Y/Z. Las unidades de Y son $m^3 \cdot s^7$ y las de Z son $m \cdot s^{10}$. ¿Qué unidades tiene X?
b) La cantidad U es igual a V·W. El valor de V es 8 $cm \cdot s^{-2}$ y el de W es 92.3 $cm^7 \cdot s$. Obténgase el valor de U en el sistema m.k.s.
d) La cantidad L es igual a $\sqrt{\frac{M}{N}}$. El valor de M es 27 $cm^2 \cdot s^{-3}$ y el de N es 3 $m^8 \cdot s$. Obténgase el valor de L en el sistema c.g.s.

2. La siguiente expresión, conocida como Ley de Coulomb, permite calcular la magnitud de las fuerzas eléctricas (F) entre dos cargas eléctricas puntuales (Q_1, Q_2) en términos de la distancia que las separa (r):

$$F = k\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (\text{ en el SI })$$

a) La expresión dimensional, en el SI, de la constante k es:
b) El valor de la carga Q_1, en el Sistema Internacional, si se sabe que la magnitud de la fuerza que experimenta es F = 38 750 [dinas], la distancia que separa a las cargas es r = 0.5 [ft], la constante $k = 9 \times 10^9$ [$(N \cdot m^2)/C^2$] y que $Q_1 = Q_2$.

Factores de conversión:
1 [ft] = 0.3048 [m]
1 [in] = 2.54 [cm]
10^5 [dinas] = 1[N] = 0.2248 [ℓb_f]

3. En un fenómeno dinámico se observa que las variables: fuerza (F), densidad (ρ), rapidez (v) y área (A), se combinan para definir a la variable R según:

$$R = \frac{2F}{\rho v^2 A}$$

En el experimento se estableció que F=400 [ℓb_f], ρ=*90* [$\ell b_m/ft^3$], v=40 [mi/h] y A=125 [in^2]. Halle el valor de R cuando cada variable se expresa en el Sistema Internacional. Recuerde que:

1 [in] = 2.54 [cm]	1 [kg_m] = 2.2046 [ℓb_m]
1 [mi] = 1609 [m]	1 [kg_f] = 9.81 [N]
1 [ft] = 0.3048 [m]	1 [kg_f] = 2.2046 [ℓb_f]

4. En un fenómeno físico se observa que las variables: flujo de masa ($\dot{m}$), densidad del agua (ρ_a), diámetro del tubo (d) y rapidez (v) del fluido en dicho tubo, se relacionan para definir a la variable δ, de acuerdo con la expresión:

$$\delta = \frac{4\dot{m}}{\rho_a \pi d^2 v}$$

Si los valores de las variables correspondientes son: $\dot{m}$ = 733.9449 [UTM/h], ρ_a = 62.4269 [ℓb/ft^3], d = 0.5 [in], v = 28.0355 [mi/h] encuentre el valor de δ en las unidades del Sistema Internacional.

Factores de conversión:

1 geokilo = 1 UTM = 9.81 [kg]	1 ℓb = 0.4536 [kg]
1 ft = 0.3048 [m]	1 ft = 12 [in]
1 in = 2.54 [cm]	1 hora = 60 [min]
1 min = 60 [s]	1 mi = 1 609 [m]

5. La expresión relativista para la variación de energía cinética de una partícula, está dada por:

$$\Delta E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m_0 c^2$$

donde m es la masa de la partícula, m_0 es su masa en reposo, v es su rapidez y c es la rapidez de la luz. Si esta expresión es dimensionalmente correcta, determine la expresión dimensional, en el SI, para la variación de energía (ΔE). Calcule, además, el valor de la masa de la partícula, m, si se sabe que: m_0 = 938 [MeV/c^2], $v = 0.6c$ y ΔE = 1400 [MeV].

Considere que 1 [eV] = 1.6×10^{-19} [J] y que c = 300 000 [km/s].

6. Una unidad de viscosidad (μ)en el sistema cgs absoluto es el poise [g/(cm·s)], nombre tomado de J. L. Poiseville, médico francés que llevó a cabo experimentos pioneros en 1840 sobre flujo de agua en conductos. La viscosidad del agua (dulce o salada) a 293 [K] o 20 [°C] es alrededor de 0.01 poises. A partir de ello:

a) Exprese el valor en el Sistema Internacional.
b) Exprese el valor en el Sistema Inglés Gravitatorio.
c) Deduzca la expresión dimensional de dicha unidad en el Sistema Internacional.

7. La ley de gravitación universal de Newton se puede expresar como:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

donde: F = magnitud de las fuerzas entre los dos cuerpos de masas m_1 y m_2.
r = distancia entre los dos cuerpos.
G = constante de gravitación = 6.672×10^{-11} [(N·m^2) / kg^2] en el SI.

a) Determine el valor de la constante gravitacional (G) en el sistema cgs absoluto.
b) Si la masa del cuerpo 1 es m_1 = 12 [slug], la masa del cuerpo 2 es m_2 = 0.24 [toneladas métricas] y la distancia entre los dos cuerpos es 44 [in], calcule la magnitud de la fuerza de atracción entre ellos en el SI.

Factores de conversión:

10^5 [dinas] = 1 [N] = 0.2248 [ℓb_f]	1 [ton métrica] = 1000 [kg]
1 [slug] = 14.59 [kg]	12 [in] = 1 [ft] = 0.3048 [m]

8. A finales del siglo pasado experimentos realizados con tuberías de agua de diámetro constante demostraron que la pérdida de carga primaria (H_p) era directamente proporcional al cuadrado de la velocidad media del fluido en la tubería y a la longitud de esta última e inversamente proporcional al diámetro de la misma. La fórmula fundamental que expresa lo anterior se conoce como ecuación de Darcy-Weisbach:

$$H_p = \lambda \frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}$$

donde: H_p = pérdida de carga primaria.
λ= coeficiente de pérdida de carga primaria.
L = longitud de la tubería.
D = diámetro de la tubería.
v = velocidad media del fluido.
g = aceleración gravitatoria.

a) Si la pérdida de carga primaria se puede expresar en unidades de longitud, metro en el SI y la ecuación es dimensionalmente homogénea determine las dimensiones en el SI del coeficiente de pérdida de carga primaria λ.
b) Suponiendo que λ es un coeficiente adimensional calcule el valor de H_p en el Sistema Internacional si v = 7.1316 [km/h], g = 9.81 [m/s^2], λ = 0.0366, D = 11.811 [in] y L = 328.084 [yd].
c) Exprese el valor de la aceleración gravitatoria anterior en el sistema ingles absoluto.
d) Si el tubo es de sección transversal circular exprese su área transversal en el sistema cgs gravitatorio.

Factores de conversión:

1 [ft] = 0.3048 [m]	1 [ℓb] = 0.4536 [kg]
1 [yd] = 0.9144 [m]	1 [in] = 2.54 [cm]
1 [kg_f] = 9.81 [N]	1 [dina] = 10^{-5} [N]

9. En la mecánica de fluidos, la expresión siguiente se conoce como número de Weber (W):

$$W = \frac{\rho v^2 L}{\sigma}$$

donde: ρ = densidad del fluido.
v = velocidad del fluido.
L = longitud del tubo que conduce al fluido.
σ = tensión superficial (fuerza / longitud).

a) Determine la expresión dimensional, en el SI, del número W.
b) El valor de la tensión superficial, en el SI, si σ = 70 [dina/cm] en el sistema cgs absoluto.
c) La densidad del fluido, en el SI, si ρ = 61.803 [ℓb/ft^3] en el sistema FPS absoluto.

Factores de conversión:

10^5 [Pa] = 1 [bar]	1 [ft] = 0.3048 [m]
1 [BTU] = 1.05 [kJ]	1 [N] = 10^5 [dina]
1 [ℓb] = 0.4536 [kg]	1 [kg$_f$] = 9.81 [N]

10. En el sistema inglés (FPS) gravitatorio se tiene la expresión siguiente que relaciona la variable W (trabajo, en $\ell b_f \cdot ft$) con las variables P (presión manométrica, en psi = ℓb_f / in^2) y ℓ (distancia, en ft):

$W = 4\,P + 0.5\,\ell^2$; sean A = 4 y B = 0.5, determine:

a) Las unidades de cada una de las constantes A y B en el sistema inglés gravitatorio.
b) El valor de las constantes (coeficientes numéricos) en el SI.
c) La traducción de la expresión dada al SI y el valor de W, si P = 88 [kPa] y ℓ = 15 [cm].

Factores de conversión:

1 [ft] = 0.3048 [m]	1 [N] = 10^5 dina = 0.2248 [ℓb_f]
1 [in] = 2.54 [cm]	1 [ℓb_f] = 4.448 [N]
1 [slug] = 14.59 [kg]	1 [cal] = 4.186 [J]

11. La densidad de cierto líquido se puede calcular con la expresión

$$\rho = (A + B\,T)\, e^{C\,P}$$

en donde ρ es la densidad del líquido en [g/cm^3], T es su temperatura en [°C], P es la presión en [atm], A, B y C son constantes. Si la expresión es dimensionalmente homogénea determine las unidades de las constantes.

12. A menudo en ingeniería se encuentran parámetros adimensionales como el número de Reynolds (Re). Si la expresión siguiente es dimensionalmente homogénea, determine en el SI:

$$\text{Re} = \frac{\rho v d}{\mu} \qquad \text{donde: Re} = \frac{\text{densidad} \times \text{rapidez} \times \text{diámetro}}{\text{vis cos idad}}$$

a) La expresión dimensional de la viscosidad (μ).
b) El valor de μ si v = 1799 [ft/s], d = 5 [mm] ρ = 0.0805 [ℓb/ft^3] y Re = 14 435 [1].

1 [ft] = 0.3048 [m]; 1 [ℓb] = 0.4536 [kg]

13. En un fluido encerrado en un cilindro pistón, su energía interna U medida en BTU (Bristish Thermal Unit) se obtiene en función de otras propiedades tales como su presión absoluta p [$\ell b_f/ft^2$] y su volumen V [ft^3], en el sistema inglés (FPS) gravitatorio, según la ecuación:

U = 32 + 0.004 p V, que es de la forma U = a + b p V. Obtenga:

a) La expresión dimensional, en el SI, de cada una de las variables U, p y V.
b) La conversión de las constantes a = 32 y b = 0.004 a sus valores y unidades en el SI.
c) La traducción de la ecuación al SI.

Factores de conversión:

1 [ft] = 0.3048 [m]
1 [in] = 2.54 [cm]
1[N] = 0.2248 [ℓb_f]
1 [ℓb] = 0.4536 [kg]
T[°C] = T[K] – 273
1 [kg_f] = 9.81 [N]
1 [BTU] = 1 055 [J]

14. La fuerza de fricción viscosa (F) en cierto fluido entre dos placas se obtiene con la expresión:

$F = 12 \dfrac{Av}{y}$ [dina]; en la cual: A = área de cada placa en [cm^2], v = rapidez de escurrimiento en [cm/s], y = distancia entre placas en [cm]. Determine:

a) El sistema de unidades en que está la ecuación y la expresión dimensional del coeficiente $\mu = 12$ de dicha ecuación en el SI.
b) El valor del coeficiente μ en el SI.
c) La magnitud de la fuerza necesaria, en el SI, para mover una placa de 50 [cm^2] de área, con rapidez de 0.03 [m/s] si la distancia entre las placas es 5 [mm] y el fluido entre ellas es el mismo de los incisos anteriores.

15. La magnitud del campo magnético en el centro de una bobina circular de radio a colocada en el vacío, está dada por la expresión: $B = \dfrac{\mu_0 iN}{2a}$,en la cual μ_0 = permeabilidad magnética del vacío, a = radio de la bobina, N = número de espiras de la bobina, e i = corriente eléctrica en la bobina. Determine en el SI:

a) La expresión dimensional del campo magnético B, de la corriente eléctrica i y del número de espiras N.
b) La expresión dimensional de la permeabilidad magnética del vacío. Considere que el número 2 que aparece en la expresión es una constante adimensional.

Respuestas de los ejercicios propuestos

1. a) $[X]_u = [\ m^2 / s^3\ ]$
   b) $U = 7.384 \times 10^{-14}$ $[\ m^8 / s\ ]$
   c) $L = 3 \times 10^{-8}$ $[\ cm^{-3} \cdot s^{-2}\ ]$

2. a) $\dim(k) = M\ L^3\ T^{-4}\ I^{-2}$
   b) $Q = 1$ [μC]

3. $R = 0.0959$ [1]

4. $\delta = 1.26$ [1]

5. $\dim(\Delta E) = M\ L^2\ T^{-2}$, $m = 3.3252 \times 10^{-27}$ [kg]

6. a) $\mu = 10^{-3}$ [kg/(m·s)]
   b) $\mu = 2.0878 \times 10^{-5}$ $[(\ell b_f \cdot s) / ft^2\ ]$
   c) $\dim(\mu) = M\ L^{-1}\ T^{-1}$

7. a) $G = 6.672 \times 10^{-8}$ $[(dina \cdot cm^2)/g^2]$
   b) $F = 2.2446 \times 10^{-6}$ [N]

8. a) $\dim(\lambda) = 1$
   b) $H_p = 7.3207$ [m]
   c) $g = 32.185$ $[ft/s^2]$
   d) $A = 706.8583$ $[cm^2]$

9. a) $\dim(W) = 1$
   b) $\sigma = 0.07$ [N/m]
   c) $\rho = 990$ $[kg/m^3]$

10. a) $[A]_u = ft \cdot in^2$; $[B]_u = \ell b_f / ft$
    b) $A = 7.8658 \times 10^{-4}$ $[m^3]$, $B = 7.2966$ [N/m]
    c) $W\ [N \cdot m] = 7.8658 \times 10^{-4}\ [m^3]\ P\ [Pa] + 7.2966\ [N/m]\ \ell^2\ [m^2]$, $W = 69.3832$ [J]

11. $[A]_u = [g/cm^3]$, $[B]_u = [g/(cm^3 \cdot °C)]$, $[C]_u = [1/atm]$

12. a) $\dim(\mu) = L^{-1}\ M\ T^{-1}$
    b) $\mu = 0.00024492$ [kg/(m·s)]

13. a) $\dim(U) = M\ L^2\ T^{-2}$, $\dim(p) = M\ L^{-1}\ T^{-2}$, $\dim(V) = L^3$
    b) $a = 33\ 760$ [J], $b = 3.1124$ [J/(N·m)]
    c) $U\ [J] = 33\ 760\ [J] + 3.1124\ [J/(N \cdot m)]\ p\ [N/m^2]\ V\ [m^3]$

14. a) Sistema c. g. s. absoluto, dim $(\mu) = M\,L^{-1}\,T^{-1}$
    b) $\mu = 1.2$ [kg/(m·s)]
    c) $F = 0.036$ [N]

15. a) dim $(B) = M\,T^{-2}\,I^{-1}$, $[i] = I$, $[N] = 1$
    b) dim $(\mu_0) = L\,M\,T^{-2}\,I^{-2}$