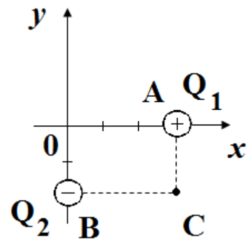
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN DEPARTAMENTAL DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
TERCER EXAMEN PARCIAL SEMESTRE 2013 – 2
Sábado 25 de mayo de 2013, 8:00 horas

Tipo
Sir James Dewar (1842 – 1923)

Resolución

1. En la figura se muestran dos cargas: Q_1 y Q_2 ubicadas en los puntos A y B respectivamente. Con base en ello, determine:



a) El vector campo eléctrico en el punto C.
b) La energía potencial eléctrica que posee la carga Q_2 en la posición que tiene.
c) El trabajo necesario para trasladar la carga Q_1 del punto A al punto C.

$Q_1 = 4$ [nC] A (3, 0) [cm]
$Q_2 = -5$ [nC] B (0, –2) [cm]
C (3, –2) [cm]

a) $\vec{E}_C = \vec{E}_{C1} + \vec{E}_{C2}$

$$\vec{E}_{C1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_{AC}^2}(-\hat{\jmath}) = -\left(9\times10^9\left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right]\right)\left(\frac{4\times10^{-9}[\mathrm{C}]}{(0.02\ [\mathrm{m}])^2}\right)\hat{\jmath} = -90\,000\ \hat{\jmath}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]$$

$$\vec{E}_{C2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r_{BC}^2}(-\hat{\imath}) = -\left(9\times10^9\left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right]\right)\left(\frac{5\times10^{-9}[\mathrm{C}]}{(0.03\ [\mathrm{m}])^2}\right)\hat{\imath} = -50\,000\ \hat{\imath}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]$$

$$\boldsymbol{\vec{E}_C = -50\hat{\imath} - 90\hat{\jmath}\left[\frac{kN}{C}\right]}$$

b) $U_{Q2} = Q_2V_B$; $V_B = V_{B1} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q_1}{r_{AB}}$; $r_{AB} = \sqrt{(0.03[\mathrm{m}])^2 + (0.02[\mathrm{m}])^2} = \sqrt{13}\times10^{-2}$ [m]

$$V_B = \left(9\times10^9\left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right]\right)\left(\frac{4\times10^{-9}[\mathrm{C}]}{\sqrt{13}\times10^{-2}\ [\mathrm{m}]}\right) = 998.4604\ [\mathrm{V}]$$

$U_{Q2} = (-5\times10^{-9}\ [\mathrm{C}])\ (998.4604\ [\mathrm{V}])$, $\boldsymbol{U_{Q2} = -4.9923\ [\mu J]}$

c) ${}_AW_C = Q_1V_{CA}$; $V_{CA} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q_2\left(\dfrac{1}{r_{CB}} - \dfrac{1}{r_{AB}}\right)$

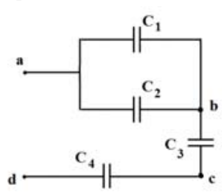
$$V_{CA} = \left(9\times10^9\left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right]\right)(-5\times10^{-9}[\mathrm{C}])\left(\frac{1}{0.03\ [\mathrm{m}]} - \frac{1}{\sqrt{13}\times10^{-2}\ [\mathrm{m}]}\right) = -251.9246\ [\mathrm{V}]$$

${}_AW_C = (4\times10^{-9}[\mathrm{C}])(-251.9246\ [\mathrm{V}])$, $\boldsymbol{{}_AW_C = -1.0077\ [\mu J]}$

2. En la figura se muestra un arreglo de capacitores. Si la capacitancia equivalente entre los puntos a y d es $C_{ad} = 10$ [pF] y la diferencia de potencial aplicada entre esos puntos es $V_{ad} = 12$ [V], determine:

a) El valor del capacitor C_2.
b) La carga almacenada en el capacitor C_1.

$C_1 = 30$ [pF]
$C_3 = 30$ [pF]
$C_4 = 20$ [pF]



a) $C_{ad} = 10$ [pF] ; $\dfrac{1}{C_{ad}} = \dfrac{1}{C_{ab}} + \dfrac{1}{C_3} + \dfrac{1}{C_4}$, $C_{ab} = \dfrac{1}{\frac{1}{C_{ad}} - \frac{1}{C_3} - \frac{1}{C_4}} = \dfrac{1}{\frac{1}{10} - \frac{1}{30} - \frac{1}{20}}$ [pF]

$C_{ab} = 60$[pF] , $C_{ab} = C_1 + C_2$, $C_2 = C_{ab} - C_1 = (60-30)$[pF]

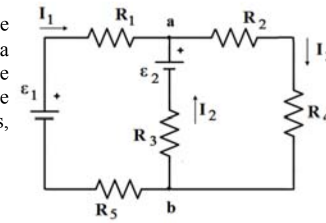
$\boldsymbol{C_2 = 30[pF]}$

b) $V_{ad} = 12$ [V] , $Q_{ad} = C_{ad}V_{ad} = (10\times10^{-12}\ [\mathrm{F}])(12\ [\mathrm{V}]) = 120$ [pC]

$Q_{ad} = Q_{ab} = Q_3 = Q_4$, $V_{ab} = \dfrac{Q_{ab}}{C_{ab}} = \dfrac{120\times10^{-12}[\mathrm{C}]}{60\times10^{-12}[\mathrm{F}]} = 2$ [V]

$Q_1 = C_1V_{ab} = (30\times10^{-12}[\mathrm{F}])(2\ [\mathrm{V}])$, $\boldsymbol{Q_1 = 60\ [pC]}$

3. En el circuito eléctrico de corriente continua que se muestra, se sabe que $I_1 = 0.4$ [A], $\varepsilon_1 = 12$ [V], la potencia que disipa el resistor R_4 es 4 [W] y la diferencia de potencial entre los nodos a y b es $V_{ab} = 10$ [V]. Con base en ello y en los valores de los resistores indicados, determine:



a) El valor del resistor R_2.
b) La fuente de fuerza electromotriz ε_2.

$R_1 = 3$ [Ω] , $R_3 = 10$ [Ω] , $R_4 = 4$ [Ω] , $R_5 = 2$ [Ω].

a) $P_{R4} = R_4I_3^{\,2}$; $I_3 = \sqrt{\dfrac{P_{R4}}{R_4}} = \sqrt{\dfrac{4\ [\mathrm{W}]}{4\ [\Omega]}} = 1[\mathrm{A}]$, $V_{ab} - R_2I_3 - R_4I_3 = 0$

$R_2 = \dfrac{V_{ab} - R_4I_3}{I_3}$, $R_2 = \dfrac{10\ [\mathrm{V}] - 4[\Omega]\ (1[\mathrm{A}])}{1[\mathrm{A}]}$, $\boldsymbol{R_2 = 6[\Omega]}$

b) Con ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo principal a: $I_1 + I_2 = I_3$,

$I_2 = I_3 - I_1 = (1-0.4)[\mathrm{A}] = 0.6$ [A] ; por otra parte: $V_{ab} - \mathcal{E}_2 + R_3I_2 = 0$

$\mathcal{E}_2 = V_{ab} + R_3I_2$, $\mathcal{E}_2 = (10\ [\mathrm{V}]) + (10\ [\Omega])(0.6\ [\mathrm{A}])$ $\boldsymbol{\mathcal{E}_2 = 16\ [V]}$

4. Un conductor que coincide con el eje z y que mide 5 [m] transporta una corriente eléctrica de 8.2 [A] en sentido positivo de dicho eje. Al estar inmerso en un campo magnético la fuerza que experimenta es $\vec{F}_m = -1.845\,\hat{\imath}$ [N], determine el vector campo magnético citado sabiendo que es paralelo a uno de los ejes cartesianos.

Definiendo el vector: $\vec{\ell} = 5\,\hat{k}$ [m] ; sabemos que $\vec{F}_m = i(\vec{\ell}\times\vec{B})$, como $\vec{F}_m = F_m(-\hat{\imath})$ y $\vec{\ell} = \ell\,(\hat{k})$ entonces $\vec{B} = B(\hat{\jmath})$; para calcular la magnitud del vector tenemos que:

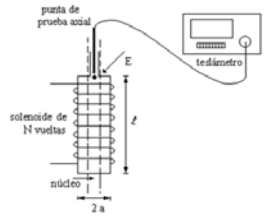
$F_m = i\,\ell\,B\,\mathrm{sen}\,(\propto)$, donde $\propto = 90°$, por lo tanto: $F_m = i\,\ell\,B$

$B = \dfrac{F_m}{i\,\ell} = \dfrac{1.845\ [\mathrm{N}]}{(8.2\ [\mathrm{A}])(5\ [\mathrm{m}])} = 45$ [mT]

$\boldsymbol{\vec{B} = 45\,\hat{\jmath}\ [mT]}$

5. En el laboratorio de esta asignatura, unos alumnos realizaron varias mediciones en el extremo del solenoide largo indicado en la figura y obtuvieron el modelo matemático que se indica, donde B es la magnitud del campo magnético en el eje del solenoide y en su extremo superior (es decir en el punto E), además I es la corriente eléctrica que circuló por dicho dispositivo. El núcleo del material utilizado tenía una permeabilidad magnética relativa de 10^3, el número de vueltas de dicho solenoide es 520 y su radio a es 1 [cm]. Determine:

$$B_E[\mathrm{T}] = 1.2566\left[\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}\right] I[\mathrm{A}] - 0.0002[\mathrm{T}]$$



a) La longitud ℓ del solenoide utilizado.
b La inductancia del dispositivo si ℓ = 18 [cm].
c) La energía almacenada cuando la corriente fue de 0.8 [A]. Suponga la longitud del inciso anterior.

a) El campo magnético en el eje y en punto extremo de un solenoide largo está dado por:

$$B_E = \frac{\mu\, N\, I}{2\,\ell} = \frac{k_m\, \mu_0\, N}{2\,\ell}\, I\ ;$$

comparando el modelo matemático teórico con el experimental: $m = \dfrac{k_m\, \mu_0\, N}{2\,\ell}$

$$\ell = \frac{k_m\, \mu_0\, N}{2\,m} = \frac{(10^3)\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A\cdot m}}\right]\right)(520)}{2(1.2566\left[\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}\right])} = 0.26\ [\mathrm{m}], \qquad \boldsymbol{\ell = 26\ [\mathrm{cm}]}$$

b) $$L = \frac{\mu\, N^2\, A}{\ell} = \frac{k_m\, \mu_0\, N^2\, \pi\, a^2}{\ell}$$

$$L = \frac{(10^3)\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A\cdot m}}\right]\right)(520)^2(\pi)(0.01\ [\mathrm{m}])^2}{0.18\ [\mathrm{m}]}\ , \qquad \mathbf{L = 0.5931\ [H]}$$

c) $$U = \frac{1}{2}\, L\, I^2 = \frac{1}{2}(0.5931\ [\mathrm{H}])(0.8\ [\mathrm{A}])^2\ , \qquad \mathbf{U = 0.1898\ [J]}$$

Tipo
Heinrich Daniel Rühmkorff (1803 – 1877)

Solución

1) **a)** $\vec{E}_C = -100\hat{\imath} - 180\hat{\jmath}\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{C}}\right]$; **b)** $U_{Q2} = -19.9692\ [\mu\mathrm{J}]$; **c)** ${}_AW_C = -4.0308\ [\mu\mathrm{J}]$

2) **a)** $C_2 = 30[\mathrm{pF}]$; **b)** $Q_1 = 80\ [\mathrm{pC}]$

3) **a)** $R_2 = 6[\Omega]$; **b)** $\mathcal{E}_2 = 16\ [\mathrm{V}]$

4) $\vec{B} = 40\,\hat{\jmath}\ [\mathrm{mT}]$

5) **a)** $\ell = 17.1438\ [\mathrm{cm}]$; **b)** $L = 0.4548\ [\mathrm{H}]$;
c) $U = 81.8624\ [\mathrm{mJ}]$

unam
donde se construye el
futuro