DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
SEGUNDO EXAMEN FINAL SEMESTRE 2015 – 1
Viernes 5 de diciembre de 2014, 10:30 horas

Tipo
Marie Curie (1867 – 1934)

Resolución

1. Se tiene un tanque de 0.05 [m^3] que contiene un gas en dos compartimientos A y B, separados por una membrana. Cuando la membrana se rompe, el gas se mezcla produciendo un fluido cuyo volumen específico es 1.25 [m^3/kg]. Determine la masa original del gas en el compartimiento A si las densidades originales en A y B eran 1.1 [kg/m^3] y 0.28 [kg/m^3] respectivamente.

$$v = \frac{V}{m}, \quad m_m = \frac{V}{v_m} = \frac{0.05\ [m^3]}{1.25\ \left[\frac{m^3}{kg}\right]} = 0.04\ [kg]; \quad m_A + m_B = m_m, \quad m_A + m_B = 0.04\ [kg] \ldots (1)$$

$$V_A + V_B = V_T, \quad \frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B} = V_T, \quad \frac{m_A}{1.1} + \frac{m_B}{0.28} = 0.05\ [m^3] \quad \ldots (2)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones formado por (1) y (2):

$$\mathbf{m_A = 0.0349\ [kg]}, \quad \mathbf{m_B = 0.0051\ [kg]}$$

2. Un recipiente con paredes adiabáticas contiene 80 [g] de agua a 45 [°C] y se le introducen 12 [g] de vapor de agua a 100 [°C]; el experimento se realiza a nivel del mar. Considerando $c_{agua\ líq.}$ = 4 186 [J/(kg·°C)] y h_{eb_agua} = 2 257 [kJ/kg], determine:

a) El cociente de la masa de vapor entre la masa de líquido (al cual se le conoce como calidad del vapor en el estado de equilibrio).
b) El cambio de entropía del vapor de agua que originalmente estaba a 100 [°C]

a) Sistema termodinámico: contenido en el recipiente de paredes adiabáticas (sist. aislado),

como es una mezcla de líquido y vapor, entonces

$$T_{eq} = T_{eb} = 100\ [°C] = 373.15\ [K]$$

Balance de energía:

$$Q_L + Q_v = 0$$

$m_L c_L (T_{eq} - T_{iL}) + (-m_{vc} h_{eb}) = 0$, donde m_{vc} = masa del vapor que se condensa ;

$$m_{vc} = \frac{m_L c_L (T_{eq} - T_{iL})}{h_{eb}}, \quad m_{vc} = \frac{(0.08\ [kg])\left(4186\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(100-45)[°C]}{2257 \times 10^3\ \left[\frac{J}{kg}\right]} = 8.1606 \times 10^{-3} [kg]$$

$$m_{líq.\_final} = m_L + m_{vc} = (80 + 8.1606)\ [g] = 88.1606\ [g]$$

$$m_{vapor\_final} = m_v - m_{vc} = (12 - 8.1609)\ [g] = 3.8394\ [g]$$

$$\text{entonces:} \quad \frac{m_{vapor\_final}}{m_{líq.\_final}} = \frac{3.8394\ [g]}{88.1606\ [g]}, \quad \mathbf{\frac{m_{vapor\_final}}{m_{líq.\_final}} = x = 0.0435\ [1]}$$

$$\text{b)}\ \Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T_{eb}} \int_1^2 \delta Q = \frac{1}{T_{eb}} (-m_{vc} h_{eb})$$

$$\Delta S_{12} = \frac{1}{373.15\ [K]} (-0.0081606\ [kg]) \left(2\,257 \times 10^3\ \left[\frac{J}{kg}\right]\right), \quad \mathbf{\Delta S_{12} = 49.3594\ \left[\frac{J}{K}\right]}$$

3. Una máquina de Carnot trabaja con una eficiencia del 40% desechando energía en forma de calor al medio ambiente que se encuentra a temperatura constante de 22 [ºC] y produciendo 350 [J] de trabajo en cada ciclo. Determine, para cada ciclo:

a) La cantidad energía en forma de calor que recibe la máquina y la que desecha al medio ambiente.
b) La temperatura del depósito térmico que suministra energía en forma de calor a la máquina.
c) El número de grados centígrados que sería necesario elevar la temperatura (ΔT) del depósito de alta temperatura para tener una eficiencia de 60%.
d) El cambio de entropía del depósito de temperatura baja.

$$\text{a)}\ \eta = 0.4, \quad T_B = 22\ [°C] = 295.15\ [K], \quad W_{neto} = 350\ [J], \quad \eta = \frac{W_{neto}}{Q_A}$$

$$Q_A = \frac{W_{neto}}{\eta} = \frac{350\ [J]}{0.4}, \quad \mathbf{Q_A = 875\ [J]}$$

$$Q_A = W_{neto} + Q_B, \quad Q_B = Q_A - W_{neto}, \quad Q_B = (875 - 350)\ [J], \quad \mathbf{Q_B = 525\ [J]}$$

$$\text{b)}\ \eta_c = 1 - \frac{T_B}{T_A}, \quad \frac{T_B}{T_A} = 1 - \eta_c, \quad T_A = \frac{T_B}{1-\eta_c} = \frac{295.15\ [K]}{1 - 0.4}, \quad \mathbf{T_A = 491.9167\ [K]}$$

$$\text{c)}\ \eta_{c2} = 1 - \frac{T_B}{T_{A2}}, \quad T_{A2} = \frac{T_B}{1 - \eta_{c2}} = \frac{295.15\ [K]}{1 - 0.6} = 737.875\ [K]$$

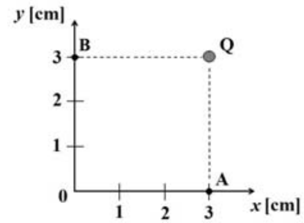
$$\Delta T = T_2 - T_1 = (737.875 - 491.9167)[K] = 245.9583\ \Delta K$$

$$\mathbf{\Delta T = 245.96\ [\Delta °C]}$$

$$\text{d)}\ \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T_B} Q_B = \frac{1}{295.15\ [K]} (525\ [J]), \quad \Delta S = \mathbf{1.7788\ \left[\frac{J}{K}\right]}$$

4. En la figura se muestra una carga puntual Q de valor y signo desconocidos; dicha carga está ubicada en el punto C (3,3) [cm]. Si el potencial eléctrico en el punto B (0,3) [cm] es – 300 [V], determine:

a) El valor y signo de la carga puntual Q.
b) El vector campo eléctrico en el punto B.
c) La fuerza eléctrica que actuaría en una carga q = 12 [nC] colocada en el punto A (3,0) [cm].
d) La energía potencial eléctrica que tendría la carga q del inciso anterior.



a) $V_B = -300\ [\mathrm{V}]$, como $V_B < 0 \quad \rightarrow \quad Q < 0$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r_{BC}} = k\frac{Q}{r_{BC}} \quad , \qquad Q = \frac{V_B r_{BC}}{k} = \frac{(-300\ [\mathrm{V}])(0.03\ [\mathrm{m}])}{\left(9\times10^9\left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right]\right)} = -10^{-9}[\mathrm{C}]$$

$$\mathbf{Q = -1\ [nC]}$$

b) $$\vec{E}_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(r_{BC})^2}(\hat{\imath}) = \left(9\times10^9\left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right]\right)\left(\frac{10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(0.03\ [\mathrm{m}])^2}\right)(\hat{\imath}) \ , \qquad \vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{10\ \hat{\imath}}\left[\frac{\mathbf{kN}}{\mathbf{C}}\right]$$

c) $$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(r_{AC})^2}(\hat{\jmath}) = \left(9\times10^9\left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right]\right)\left(\frac{10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(0.03\ [\mathrm{m}])^2}\right)(\hat{\jmath}) = 10\ 000\ \hat{\jmath}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]$$

$$\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_e}{q} \ , \qquad \vec{F}_e = q\,\vec{E}_A = (12\times10^{-9}\ [\mathrm{C}])\left(10\ 000\ \hat{\jmath}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]\right) \ , \qquad \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{e}} = \mathbf{120\hat{\jmath}}\ [\mathbf{\mu N}]$$

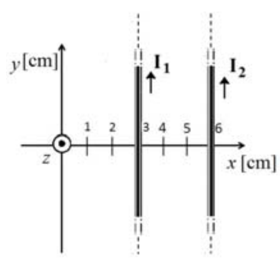
d) $U_A = qV_A$, $V_A = V_B$, $U_A = (12\times10^{-9}\ [\mathrm{C}])(-300\ [\mathrm{V}])$, $\qquad \mathbf{U_A = -3.6\ [\mu J]}$

5. En la figura se muestra un par de conductores rectos, muy largos, colocados en el plano *xy* en los cuales circulan las corrientes eléctricas indicadas. Si cada conductor mide 5 [m], determine:

a) Las coordenadas del punto P, en las inmediaciones y sobre el eje x, en el que el vector campo magnético es nulo.
b) La fuerza magnética que experimenta el conductor con la corriente I_1 debido a la presencia del segundo.

$I_1 = 90$ [A]

$I_2 = 60$ [A]



a) $$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a_1}(-\hat{k}) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a_2}(\hat{k}) \ , \qquad \vec{B}_P = \vec{0}$$

$$-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a_1} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a_2} = 0 \ , \qquad -\frac{I_1}{a_1} + \frac{I_2}{a_2} = 0 \ , \qquad \frac{I_1}{a_1} = \frac{I_2}{a_2} \ ;$$ sea d la distancia entre los dos conductores $d = a_1 + a_2$, $a_2 = d - a_1$, $d = 3\ [\mathrm{cm}] = 0.03\ [\mathrm{m}]$

entonces $$\frac{I_1}{a_1} = \frac{I_2}{d - a_1} \ , \qquad d - a_1 = \frac{I_2 a_1}{I_1} \ , \qquad d = \frac{I_2}{I_1}a_1 + a_1 \ , \qquad d = a_1\left(\frac{I_2}{I_1} + 1\right)$$

$$a_1 = \frac{d}{\left(\frac{I_2}{I_1} + 1\right)} = \frac{0.03\ [\mathrm{m}]}{\frac{60\ [\mathrm{A}]}{90\ [\mathrm{A}]} + 1} = 18\times10^{-3}\ [\mathrm{m}] = 0.018\ [\mathrm{m}] \ ; \qquad \text{entonces: } P\ (\ 3 + 1.8,\ \ 0,\ \ 0\ )[\mathrm{cm}]$$

con base en lo anterior, las coordenadas del punto P son: $\mathbf{P(4.8, 0, 0)\ [cm]}$

b) $$\vec{F}_{12} = I_1\,\vec{\ell}_1 \times \vec{B}_{12} \ , \qquad \vec{\ell}_1 = 5\hat{\jmath} \ , \qquad \vec{B}_{12} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}(\ \hat{k})$$

$$\vec{B}_{12} = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A\cdot m}}\right]\right)(60\ [\mathrm{A}])}{2\pi(0.03\ [\mathrm{m}])}(\ \hat{k}) = 400\hat{k}\ [\mu\mathrm{T}]$$

$$\vec{F}_{12} = (90\ [\mathrm{A}])\left[(5\hat{\jmath})\ [\mathrm{m}] \times \left(400\hat{k}\ \right)10^{-6}\ [\mathrm{T}]\right] \ , \qquad \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{12}} = \mathbf{180\ \hat{\imath}\ [mN]}$$