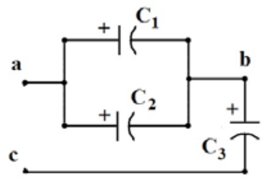
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
SEGUNDO EXAMEN FINAL SEMESTRE 2014 – 2
Jueves 5 de junio de 2014, 8:00 horas

Tipo
Sir George Gabriel Stokes (1819 – 1903)

Resolución

1. Si la diferencia de potencial en el capacitor C_1 es V_{ab} = 4 [V], determine la diferencia de potencial V_{ac} aplicada al circuito.

   C_1 = 2 [μF] , C_2 = 4 [μF]
   C_3 = 3 [μF]



$C_{ab} = C_1 + C_2 = (2+4)\ [\mu F] = 6\ [\mu F]\ , \qquad V_{C2} = V_{ab}, \qquad Q_{ab} = C_{ab}V_{ab}$

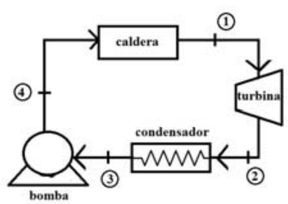
$Q_{ab} = (6\times10^{-6}\ [F])(4\ [V]) = 24\ [\mu C] = Q_3 = Q_{ac}\ ; \qquad C_{ac} = \dfrac{C_{ab}C_3}{C_{ab}+C_3}$

$$C_{ac} = \frac{(6)(3)}{6+3}[\mu F] = 2[\mu F]\ , \qquad V_{ac} = \frac{Q_{ac}}{C_{ac}} = \frac{24\times10^{-6}[C]}{2\times10^{-6}[F]}, \qquad \mathbf{V_{ac} = 12\ [V]}$$

2. En el ciclo de Rankine que se muestra entran a la turbina 41.91 [kg/s] de vapor de agua. Se sabe que las entalpias específicas en cada estado son las indicadas en la tabla y que el agua sale del condensador a 50 [kPa], 0.00103 [m^3/kg] y 81.32 [°C]. Con base en ello, determine:

a) La presión del agua en la caldera.
b) La eficiencia del ciclo.

estados	h [kJ/kg]
1	3 097.5
2	2 156.64
3	340.54
4	350.79



Considerando en todos los dispositivos que $\Delta e_C \approx 0$ y que $\Delta e_p \approx 0$:
a) en la bomba : $\quad {}_3q_4 + {}_3w_4 = \Delta h_{34}\ , \qquad$ como $\ {}_3q_4 = 0\ , \quad$ entonces

$${}_3w_4 = h_4 - h_3 = (350.79 - 340.54)\left[\frac{kJ}{kg}\right] = 10.25\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]\ ,\ \text{por otra parte, también en la bomba:}$$

$${}_3w_4 = v_3(P_4 - P_3)\ , \quad P_4 - P_3 = \frac{{}_3w_4}{v_3}\ , \quad P_4 = \frac{{}_3w_4}{v_3} + P_3\ =\ P_4 = (50\times10^3\ [Pa]\ ) + \frac{10.25\times10^3\left[\frac{J}{kg}\right]}{0.00103\ \left[\frac{m^3}{kg}\right]}$$

$$P_4 = P_1 = \mathbf{P_{caldera} = 10\ [MPa]}$$

b) $\eta = \dfrac{|w_{neto}|}{|q_{sum}|} = \dfrac{w_T + w_B}{q_{caldera}} = \dfrac{{}_1w_2 + {}_3w_4}{{}_4q_1}\ ;\quad$ como en la turbina: $\ {}_1w_2 = h_2 - h_1\ ;$

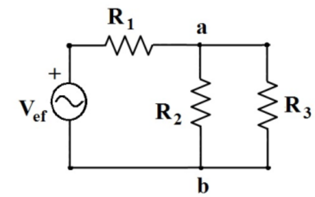
en la bomba: ${}_3w_4 = h_4 - h_3\ ;\quad$ y en la caldera: $\ {}_4q_1 = h_1 - h_4\ ,\quad$ entonces:

$$\eta = \frac{|(h_2 - h_1) + (h_4 - h_3)|}{|h_1 - h_4|} = \frac{\left|(2156.64 - 3097.5)\left[\frac{kJ}{kg}\right] + \left(350.79 - 340.54\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]\right)\right|}{\left|(3097.5 - 350.79)\left[\frac{kJ}{kg}\right]\right|}$$

$$\boldsymbol{\eta = 0.3388\ [1]} \qquad \textbf{o bien}\ \ \boldsymbol{\eta = 33.88\ \%}$$

3. En el circuito que se muestra, se sabe que el valor eficaz (o *rms*) de la fuente es 240 [V]. Determine la corriente, en función del tiempo, que entrega la fuente si la frecuencia a la que opera es 50 [Hz].

   R_1 = 90 [Ω] , R_2 = 60 [Ω] = R_3



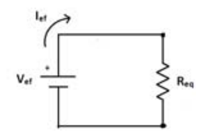
la corriente i(t) puede expresarse como:

$i(t) = I_m\cos(\omega t)\ [A]\ ,\quad$ o bien $\quad i(t) = I_m\,\text{sen}(\omega t)\ [A]$

en donde: $\quad \omega = 2\pi f = 2\pi(50\ [Hz]) = 100\pi\ \left[\frac{rad}{s}\right]\ ;$

analizando el circuito en su expresión mínima: $R_{ab} = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} = \frac{(60)(60)}{60+60} = 30[\Omega]$

$$R_{eq} = (90+30)[\Omega] = 120\ [\Omega]$$



$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R_{eq}} = \frac{240\ [V]}{120\ [\Omega]} = 2\ [A]\ , \qquad I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_m = \sqrt{2}\ I_{ef} = \sqrt{2}(2[A]) = 2.8284\ [A]$$

por lo tanto: $\ \mathbf{i(t) = (2.8284)\cos(100\,\pi\,t)\ [A]}\ ,\ $ o bien $\quad \mathbf{i(t) = (2.8284)sen(100\,\pi\,t)\ [A]}$

4. En un recipiente adiabático, al nivel del mar, se tienen agua en su fase líquida con vapor de agua. Se sabe que la masa de vapor es la décima parte de la masa del líquido. Sabiendo que todo el vapor se condensa, determine la variación de entropía específica del vapor durante el proceso.

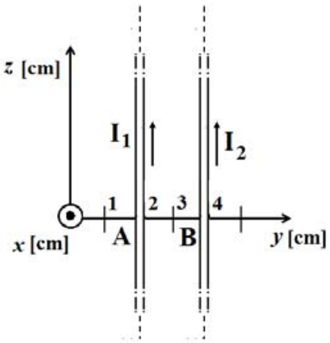
$T = T_{eb} = 100\ °C = 373.15\ [K]$

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 \frac{\delta q}{T_{eb}} = \frac{1}{T_{eb}}\int_1^2 \delta q = \frac{1}{T_{eb}}(-q) = -\frac{1}{T_{eb}}h_{eb}\ \ =\ -\frac{1}{373.15\ [K]}\left(2\ 257\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]\right)\ ,$$

$$\boldsymbol{\Delta s_{12} = -6.0485\ \left[\frac{kJ}{kg\cdot K}\right]}$$

5. Dos conductores, de 5 [m] de longitud cada uno se colocan en el plano *yz* como se muestra en la figura. Si las corrientes en cada conductor son I_1 = 60 [A] e I_2 = 40 [A], determine el vector fuerza magnética que experimenta el conductor 2.

   A (0,2,0) [cm]
   B (0,4,0) [cm]



$$\vec{F}_{21} = I_2(\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_B) \; ; \qquad \vec{\ell}_2 = 5\ \hat{k}\,[\mathrm{m}]$$

como $\vec{B}_B = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r_{AB}}(\hat{\imath}) = \dfrac{\left(4\pi\times10^{-7}\left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A\cdot m}}\right]\right)(60\,[\mathrm{A}])}{2\pi\,(0.02\,[\mathrm{m}])}\hat{\imath} = 0.6\,\hat{\imath}\,[\mathrm{mT}]$

entonces : $\vec{F}_{21} = (40\,[\mathrm{A}])\left[(5\,\hat{k}[\mathrm{m}]) \times (0.6\,\hat{\imath})(10^{-3})\,[\mathrm{T}]\right]$, $\qquad \boldsymbol{\vec{F}_{21} = -0.12\,\hat{\jmath}\,[N]}$

6. Un recipiente cilíndrico con diámetro de 2 [cm] se llena parcialmente con mercurio hasta una altura de 4.5 [cm]. Se vierte lentamente agua sobre el mercurio de manera que no se mezclen hasta que la presión manométrica en el fondo del recipiente se quintuplica. Si la aceleración gravitatoria del lugar es 9.78 [m/s^2], determine: ¿qué volumen de agua se añadió? y ¿cuál es la presión en la interfase de los dos líquidos?

$$P_f = \rho_{Hg}\,g\,z_{Hg} = \left(13600\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}\right]\right)\left(9.78\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right]\right)(0.045\,[\mathrm{m}]) = 5\,985.36\,[\mathrm{Pa}]\ , \qquad P_F = 5P_f$$

$$P_I - P_F = -\rho_{Hg}\,g\,(z_I - z_F)\,, \qquad P_I = P_F - \rho_{Hg}\,g\,(z_I - z_F)$$

$$P_I = 5(5985.36\,[\mathrm{Pa}]) - \left(13600\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}\right]\right)\left(9.78\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right]\right)(0.045-0)[\mathrm{m}] = 23\,941.44\,[\mathrm{Pa}]$$

$$\mathbf{P_{interfase} = 23\,941.44\,[Pa]}$$

$$P_I = \rho_{ag}\,g\,z_{ag}\ , \qquad z_{ag} = \frac{P_I}{\rho_{ag} g} = \frac{23\,941.44\,[\mathrm{Pa}]}{\left(10^3\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}\right]\right)\left(9.78\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right]\right)} = 2.448\,[\mathrm{m}]$$

$$V = \frac{1}{4}\pi\varnothing^2 z_{ag} = \left(\frac{1}{4}\pi\right)(0.02\,[\mathrm{m}])^2(2.448\,[\mathrm{m}])\,, \qquad \mathbf{V = 7.691\times10^{-4}\,[m^3]}$$

7. Un ciclo de Carnot, ideal y reversible, opera entre las temperaturas 855 [°C] y 0 [°C] con aire. Al inicio de la expansión isotérmica, la presión es 1500 [kPa] y durante este proceso, el volumen aumenta al doble del inicial. Determine:

a) La presión, volumen específico y temperatura al inicio de la compresión isotérmica.
b) La eficiencia del ciclo.

$$T_A = 855\,[°\mathrm{C}] = 1128.15\,[\mathrm{K}] = T_1 = T_2 \ ;$$

$$T_B = 0\,[°\mathrm{C}] = 273.15\,[\mathrm{K}] = T_3 = T_4 \ ;$$

Sea $P_1 = 1500\,[\mathrm{kPa}]$ y $V_2 = 2V_1$;

tenemos que en el estado (1): $\quad P_1 v_1 = R\,T_1$ de donde:

$$v_1 = \frac{R\,T_1}{P_1} = \frac{\left(286.7\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}\right]\right)(1\,128.15\,[\mathrm{K}])}{1\,500\times10^3[\mathrm{Pa}]} = 0.2156\left[\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}}\right]$$

$v_2 = 2\left(0.2156\left[\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}}\right]\right) = 0.4313\left[\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}}\right]$, $\qquad$ para el procesos adiabático (2)→(3)

$$\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{k-1} = \left(\frac{T_3}{T_2}\right)\,, \qquad v_3 = \frac{v_2}{\left(\frac{T_3}{T_2}\right)^{\frac{1}{k-1}}} = \frac{0.4313\left[\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}}\right]}{\left(\frac{273.15\,[\mathrm{K}]}{1128.15\,[\mathrm{K}]}\right)^{\frac{1}{1.4-1}}}\,, \qquad \mathbf{v_3 = 14.9518\left[\frac{m^3}{kg}\right]}$$

en el estado (3) tenemos que $\quad P_3 v_3 = R\,T_3$

de donde: $P_3 = \dfrac{R\,T_3}{v_3} = \dfrac{\left(286.7\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}\right]\right)(273.15\,[\mathrm{K}])}{14.9518\left[\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}}\right]}$, $\qquad \mathbf{P_3 = 5\,237.637\,[Pa]}$

$$\mathbf{T_3 = 0\,[°C] = 273.15\,[K]}$$

b) $\eta_C = 1 - \dfrac{T_B}{T_A} = 1 - \dfrac{273.15\,[\mathrm{K}]}{1\,128.15\,[\mathrm{K}]} = 0.7579\,[1]$, $\qquad \boldsymbol{\eta_C = 0.7579\,[1] = 75.79}$ %