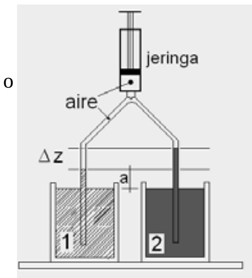
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
SEGUNDO EXAMEN FINAL SEMESTRE 2014 – 1
Miércoles 4 de diciembre de 2013, 10:30 horas

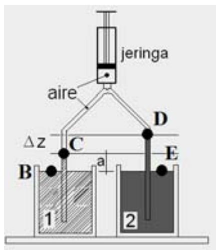
Tipo
Christiaan Huygens (1629 – 1695)

Resolución

1. En la figura se muestra un densímetro que funciona por comparación de columnas de dos líquidos; el 1 es agua y el 2 es desconocido. El lugar donde se efectuó la medición es a nivel del mar (101 325 [Pa], g = 9.81 [m/s^2]) y se registró una diferencia de alturas Δz = 2.2 [cm]. Considerando que la distancia a es 2.0 [cm], determine:



a) La densidad del líquido 2.
b) La presión relativa del aire de la jeringa. Indique si es manométrica o vacuométrica.
c) La presión absoluta del aire de la jeringa.
d) El módulo del peso específico del líquido 2.



a) $P_B = P_E = P_{atm} = 101\,325$ [Pa]

$P_B - P_C = -\rho_1 g\,(z_B - z_C)$

$P_B = P_C - \rho_1 g\,(z_B - z_C)$

$P_B = P_C - \rho_1 g\,(0 - a) = P_C + \rho_1 g\,a \ldots \quad (1)$

$P_D - P_E = -\rho_2 g\,(z_D - z_E)\,, \qquad P_E = P_D + \rho_2 g\,(z_D - z_E)$

$P_E = P_D + \rho_2 g\left((a + \Delta z) - 0\right)\,, \qquad P_E = P_D + \rho_2 g\,(a + \Delta z) \ldots (2)\,;$

como $P_B = P_E$, podemos igualar (1)con (2) $\quad P_C + \rho_1 g\,a = P_D + \rho_2 g\,(a + \Delta z)\,;$

por otra parte, como $P_C = P_D$ entonces $\rho_1 g\,a = \rho_2 g\,(a + \Delta z)\,, \qquad \rho_2 = \dfrac{\rho_1\,g\,a}{g\,(a + \Delta z)}$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 a}{(a + \Delta z)} = \frac{\left(10^3\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)(0.02\,[m])}{(0.02 + 0.022)[m]}\,, \qquad \boldsymbol{\rho_2 = 476.1905\left[\frac{kg}{m^3}\right]}$$

b) $P_C = P_B - \rho_1 g\,a\,; \qquad P_B = 0$ (como presión relativa)

$$P_C = 0 - \left(10^3\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(9.81\left[\frac{m}{s^2}\right]\right)(0.02\,[m]) = -196.2\,[Pa]$$

$\boldsymbol{(P_C)_{rel} = -196.2\,[Pa]}$, como $P_C < 0$ se trata de una **presión vacuométrica**

c) $(P_C)_{abs} = (101\,325\,[Pa]) + (-196.2\,[Pa])$, $\qquad \boldsymbol{(P_C)_{abs} = 101\,128.8\,[Pa]}$

d) $\gamma_2 = \rho g = \left(476.1905\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(9.81\left[\frac{m}{s^2}\right]\right)$, $\qquad \boldsymbol{\gamma_2 = 4\,671.4288\left[\frac{N}{m^3}\right]}$

2. En un calorímetro se mezclan 60 [g] de vapor de agua a 100[ºC] con 120 [g] de hielo a 0[ºC]. Considerando que la capacidad térmica específica del calorímetro es despreciable y que el experimento se realizó a nivel del mar, determine:

a) La temperatura de equilibrio de la mezcla.
b) La masa final de agua en su fase sólida, líquida y como vapor. Exprese estos resultados en gramos.

a) Sea: $m_v = 60$ [g] = masa que originalmente era vapor a 100 [°C], $\qquad T_{iv} = 100$ [°C]

$m_h = 120$ [g] = masa que originalmente era hielo a 0 [°C], $\qquad T_{ih} = 0$ [°C]

Considerando el contenido del calorímetro como un sistema termodinámico aislado:

$Q_v + Q_h = 0$

hipótesis: queda una mezcla de agua líquida con vapor a 100 [°C], entonces: $T_{eq} = 100$ [°C]

$m_h h_{fus} + m_h c_L (T_{eb} - T_{fus}) + (-m_{vc} h_{eb}) = 0$, donde m_{vc} = masa del vapor que se condensó

$$m_{vc} = \frac{m_h h_{fus} + m_h c_L (T_{eb} - T_{fus})}{h_{eb}}$$

$$m_{VC} = \frac{(0.12\,[kg])\left(333\,000\left[\frac{J}{kg}\right]\right) + (0.12\,[kg])\left(4186\left[\frac{J}{kg\,°C}\right]\right)(100 - 0)[°C]}{2\,257\,000\left[\frac{J}{kg}\right]} = 0.03996\,[kg]$$

Como $m_{vc} < m_v$, la hipótesis es correcta, $\qquad \boldsymbol{T_{eq} = 100\,[°C]}$

b) $m_{total} = m_h + m_v$, $\quad m_{VC} = 0.03996\,[kg] \approx 0.04\,[kg]$

$m_{L\_final} = m_h + m_{vc} = (0.12\,[kg]) + (0.04\,[kg]) = 0.160\,[kg]$

$m_{v\_final} = (0.06\,[kg]) - (0.04\,[kg]) = 0.02\,[kg]$, entonces, al final tendrá:

$\boldsymbol{m_{sólido} = 0\,[g]}$
$\boldsymbol{m_{líquido} = 160[g]}$
$\boldsymbol{m_{vapor} = 20\,[g]}$

3. El "baño María" consiste en calentar el contenido de un recipiente pequeño al introducirlo en uno más grande con agua hirviendo. Suponga que el proceso sucede a presión atmosférica constante y en la Ciudad de México. Si mediante este procedimiento se calienta una "papilla" que se encuentra a 20 [°C] para que alcance una temperatura de 37 [°C], calcule la cantidad asociada a cada unidad de masa de:

a) La variación de entropía de la papilla, si básicamente se considera como agua.
b) El calor que recibe la papilla.
c) La variación de entropía del vapor de agua que está hirviendo considerando que a la presión de la Ciudad de México, la temperatura de ebullición del agua es 92.5 [°C].
d) La variación de entropía específica del sistema de "baño María", es decir del contenido del recipiente grande (la papilla y el agua hirviendo).

a) $\Delta s_p = \displaystyle\int_1^2 \frac{\delta q}{T}\,, \qquad \delta q = c_L dT\,, \qquad \Delta s_p = \int_1^2 \frac{c_L dT}{T} = c_L \int_1^2 \frac{dT}{T} = c_L [\ln T]_1^2 = c_L \ln\left[\frac{T_2}{T_1}\right]$

$T_1 = 20\,[°C] = 293.15\,[K]\,, \qquad T_2 = 37\,[°C] = 310.15\,[K]$

$\Delta s_p = \left(4186\left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)\ln\left(\frac{310.15\,[K]}{293.15\,[K]}\right)$, $\qquad \boldsymbol{\Delta s_{papilla} = 235.9716\left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]}$

b) $q_p = c_L(T_2 - T_1) = \left(4186 \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]\right)(310.15 - 293.15)[K]$, $\quad \mathbf{q_p = 71\,162} \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg}}\right]$

considerando el contenido del recipiente grande como un sistema aislado:

c) $q_p + q_a = 0$,

entonces: $q_a = -q_p = -71\,162 \left[\frac{J}{kg}\right]$,

por lo tanto: $\Delta s_a = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} = \frac{1}{T_{eb}} \int_1^2 \delta q = \frac{1}{T_{eb}} q_a$, $\quad$ considerando: $T_{eb} = 92.5\,[°C] = 365.65\,[K]$

$\Delta s_a = \frac{1}{365.65\,[K]}\left(-71\,162 \left[\frac{J}{kg}\right]\right)$, $\quad \Delta \boldsymbol{s}_{\mathbf{agua}} = \mathbf{-194.6178} \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg \cdot K}}\right]$

d) $\Delta s_{bM} = \Delta s_p + \Delta s_a = \left(235.9716 \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]\right) + \left(-194.6178 \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]\right)$

$\Delta \boldsymbol{s}_{\mathbf{baño\_María}} = \mathbf{41.3538} \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg \cdot K}}\right]$

considerando el contenido del recipiente grande como un sistema cerrado:

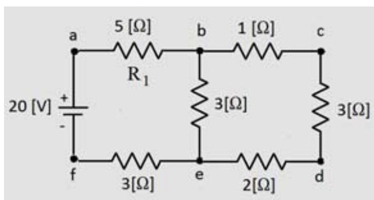
c) $\Delta s_a = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} = \frac{1}{T_{eb}} \int_1^2 \delta q = \frac{1}{T_{eb}}(q_a) = \frac{1}{T_{eb}} h_{eb}$, $\quad$ considerando: $T_{eb} = 92.5\,[°C] = 365.65\,[K]$

$\Delta s_a = \frac{1}{365.65\,[K]}\left(2\,257\,000 \left[\frac{J}{kg}\right]\right)$, $\quad \Delta \boldsymbol{s}_{\mathbf{agua}} = \mathbf{6\,172.5694} \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg \cdot K}}\right]$

d) $\Delta s_{bM} = \Delta s_p + \Delta s_a = \left(235.9716 \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]\right) + \left(6\,172.5694 \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]\right)$

$\Delta \boldsymbol{s}_{\mathbf{baño\_María}} = \mathbf{-6\,408.541} \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg \cdot K}}\right]$

4. Para la red eléctrica mostrada, calcule:



a) El resistor equivalente entre los puntos “a” y “f”.
b) La potencia que suministra la fuente de poder y la diferencia de potencial entre los puntos “b” y “e”; es decir V_{be}.
c) La energía que disipa el resistor R_1 en 2 minutos de funcionamiento del circuito.
d) La amplitud (V_m) de la fuente de diferencia de potencial alterna, que tendría que sustituirse por la que se muestra en el diagrama de manera que la potencia que recibe el circuito sea la del inciso b. Recuerde que: $v(t) = V_m \cos(\omega t)$ [V].

a) $R_{e1} = (1 + 3 + 2)[\Omega] = 6\,[\Omega]$, $\quad R_{be} = \frac{R_{3\Omega} R_{e1}}{R_{3\Omega} + R_{e1}} = \frac{(3)(6)}{3+6}[\Omega] = 2\,[\Omega]$

$R_{af} = (5 + 2 + 3)[\Omega]$, $\quad \mathbf{R_{af} = 10}[\Omega]$

b) $P = \mathcal{E}\, I$, $\quad I = \frac{\mathcal{E}}{R_{af}} = \frac{20\,[V]}{10\,[\Omega]} = 2\,[A]$, $\quad P = (20\,[V])(2\,[A])$, $\quad \mathbf{P = 40\,[W]}$

$V_{be} = R_{be} I = (2[\Omega])(2[A])$, $\quad \mathbf{V_{be} = 4[V]}$

c) $U_{R1} = P_{R1} \Delta t = R_1 I^2 \Delta t = (5[\Omega])(2\,[A])^2(2)(60\,[s])$

$U_{R1} = (20\,[W])(120\,[s])$, $\quad \mathbf{U_{R1} = 2\,400\,[J]}$

d) $V_{ef} = R_{eq\_af} I_{ef}$, $\quad$ como $\quad V_{ef} = (10\,[\Omega])(2\,[A]) = 20\,[V]$

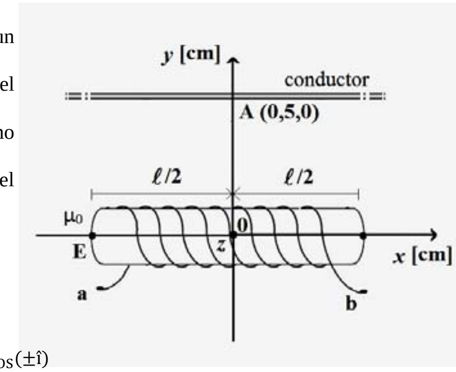
entonces para $v(t) = V_m \cos(\omega t)$ [V], $\quad$ tenemos que: $V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$, $\quad$ de donde: $V_m = \sqrt{2}\, V_{ef}$

$V_m = \sqrt{2}\,(20\,[V])$, $\quad \mathbf{V_m = 28.2843\,[V]}$

5. En la figura se muestra un conductor recto y muy largo, paralelo al eje “x”, que pasa por el punto A(0,5,0) [cm] ; se tiene también un solenoide largo de 12 [cm] de longitud, 5000 vueltas y radio de 1 [cm] cuyo eje coincide con “x”. Si el vector campo magnético total en el origen del sistema de referencia es $\vec{B}_0 = (15.7\,\hat{\imath} - 4\,\hat{k})$ [mT], determine:

a) La corriente en el solenoide; indique en un esquema su sentido.
b) La corriente en el conductor; indique en el esquema del inciso anterior su sentido.
c) El vector campo magnético total en el extremo del solenoide; es decir, en el punto E.
d) La inductancia propia (autoinductancia) del solenoide.

$\ell = 12$ [cm]

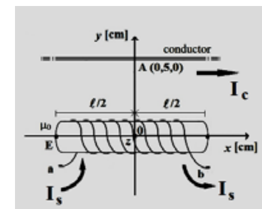


a) $\vec{B}_0 = \vec{B}_{0c} + \vec{B}_{0s}$

de acuerdo con la figura: $\vec{B}_{0c} = B_{0c}(\pm\hat{k})$ y $\vec{B}_{0s} = B_{OS}(\pm\hat{\imath})$

por lo tanto: $\vec{B}_{0c} = -4\hat{k}$ [mT] $\quad$ y $\quad \vec{B}_{0s} = 15.7\,\hat{\imath}$ [mT]

$B_{0s} = \frac{\mu_0\, N\, I_s}{\ell}$, $\quad I_s = \frac{B_{0s}\ell}{\mu_0 N} = \frac{15.7 \times 10^{-3}[T](0.12\,[m])}{\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A \cdot m}\right]\right)(5000)}$, $\quad \mathbf{0.3\,[A]}$



b) $B_{0c} = \frac{\mu_0\, I_C}{2\,\pi\, a}$, $\quad I_c = \frac{2\,\pi\, a\, B_{0c}}{\mu_0}$

$I_c = \frac{2\,\pi\,(0.05\,[m])(4 \times 10^{-3}\,T)}{4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A \cdot m}\right]}$, $\quad \mathbf{I_c = 1000\,[A]}$

c) $\vec{B}_E = \vec{B}_{Ec} + \vec{B}_{Es}$, $\quad \vec{B}_{Ec} = \vec{B}_{0c}$

$\vec{B}_{Es} = \frac{\mu_0\, N\, I_s}{2\,\ell}\,\hat{\imath} = \frac{B_{0s}}{2}\,\hat{\imath}$, $\quad B_{ES} = \frac{15.7\,[mT]}{2} = 7.85\,[mT]$

por lo tanto: $\quad \vec{\mathbf{B}}_{\mathbf{E}} = (\mathbf{7.85\hat{\imath} - 4\hat{k}})[\mathbf{mT}]$

d) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{\ell} = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A \cdot m}\right]\right)(5000)^2 \pi (0.01\,[m])^2}{0.12\,[m]} = 0.08225\,[H]$

$\mathbf{L = 82.25\,[mH]}$

unam
donde se construye el
futuro