DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
SEGUNDO EXAMEN FINAL SEMESTRE 2013 – 2
Jueves 6 de junio de 2013, 10:30 horas

Tipo
Robert Hooke (1635 – 1703)

Resolución

1. En un tanque de 0.24 [m^3] se tienen dos líquidos miscibles cuyas densidades relativas son 1.2 y 0.6 respectivamente; el peso que tiene la mezcla es 2 229.84 [N]. Si la aceleración gravitatoria del lugar es 9.78 [m/s^2], determine el volumen de cada líquido dentro del tanque considerando que está lleno.

$V_T = 0.24\ [m^3]\ ; \quad W = m\,g\ , \qquad m_T = \frac{W}{g} = \frac{2229.84\ [N]}{9.78\ \left[\frac{m}{s^2}\right]} = 228\ [kg]$

$V_T = V_1 + V_2\ , \qquad V_1 + V_2 = 0.24\ [m^3] \ldots\ldots(1); \qquad \rho = \frac{m}{V}\ , \quad m = \rho V\ , \quad \delta = \frac{\rho}{\rho_{ref}}\ , \quad \rho = \delta\,\rho_{ref}$

$\rho_1 = \delta_1\rho_{ref} = 1.2\left(10^3\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right) = 1200\ \left[\frac{kg}{m^3}\right], \quad \rho_2 = \delta_2\rho_{ref} = 0.6\left(10^3\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right) = 600\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]$

$m_1 + m_2 = m_T, \qquad \rho_1V_1 + \rho_2V_2 = m_T\ , \qquad 1200\ V_1 + 600\ V_2 = 228\ \ [kg] \ldots\ldots\ldots(2);$

resolviendo las ecuaciones simultáneas (1) y (2), tenemos:

$\mathbf{V_1 = 0.1\ [m^3]}\ , \quad \mathbf{V_2 = 0.14\ [m^3]}$

2. En un recipiente adiabático, se mezclan 100 [g] de agua sólida (hielo) a – 10 [°C] con 10 [g] de vapor de agua a 100 [°C]. Sabiendo que el experimento se realizó a nivel del mar, determine:

a) La temperatura de equilibrio de la mezcla.
b) La masa de agua líquida que quedó al finalizar el experimento.

a) $m_H = 100\ [g] = 0.1\ [kg]$ = masa que originalmente está en fase sólida (hielo);

$T_{iH} = -10\ [°C]$ = temperatura inicial del agua en su fase sólida (hielo);

$m_V = 0.01\ [kg]$ = masa que originalmente está en fase de vapor;

$T_{iV} = 100\ [°C]$ = temperatura inicial del agua en su fase de vapor;

para el sistema termodinámico aislado: $\quad Q_H + Q_V = 0$;

hipótesis: queda una mezcla de agua sólida y líquida a 0 [°C], por lo tanto, $\qquad T_{eq} = 0\ [°C]$

$m_Hc_H(T_{fus} - T_{iH}) + m_{HF}h_{fus} + (-m_Vh_{eb}) + m_Vc_L(T_{fus} - T_{eb}) = 0\ ,$

donde m_{HF} = masa de agua sólida que se funde (es decir que cambia a fase líquida); entonces

$$m_{HF} = \frac{-m_Hc_H(T_{fus} - T_{iH}) + (m_Vh_{eb}) - m_Vc_L(T_{fus} - T_{eb})}{h_{fus}}$$

$$m_{HF} = \frac{(-0.1[kg])\left(2220\ \left[\frac{J}{kg\cdot°C}\right]\right)[(0) - (-10)[°C]] + (0.01\ [kg])\left(2257(10^3)\left[\frac{J}{kg}\right]\right) - (0.01\ [kg])\left(4186\ \left[\frac{J}{kg\cdot°C}\right]\right)(0 - 100)[°C]}{333 \times 10^3\left[\frac{J}{kg}\right]}$$

$$m_{HF} = \frac{-2220[J] + 22\ 570[J] + 4186\ [J]}{333 \times 10^3\left[\frac{J}{kg}\right]} = 0.0736817\ [kg]$$

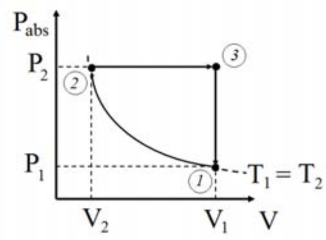
como $m_{HF} < m_H$, la hipótesis planteada es correcta, $\qquad$ por lo tanto $\mathbf{T_{eq} = 0\ [°C]}$

b) $m_{L\_final} = m_V + m_{HF} = (10\ [g]) + (73.68\ [g]),$ $\qquad \mathbf{m_{L\_final} = 83.6817\ [g]}$

3. En el ciclo mostrado en la figura, se sabe que la sustancia de trabajo es aire y se tienen las propiedades de dicho gas indicadas en la tabla. Determine para el aire:

estado	P [kPa]	V [m^3]	T_1 [°C]
1	100	0.2	20
2			20
3		0.2	

$P_2 = 4\ P_1\ ; \qquad T_1 = T_2$



a) La masa y el número de moles.
b) La variación de energía interna en el proceso isobárico.
c) La energía en forma de calor transferida en el proceso isométrico.
d) El trabajo realizado en el proceso isotérmico.
e) La variación de entropía en el proceso del inciso anterior.

a) $P\,V = m\,R\,T\ , \qquad m = \frac{P_1V_1}{RT_1} = \frac{(100\ 000\ [Pa])(0.2\ [m^3])}{\left(286.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(293.15\ [K])},$ $\qquad \mathbf{m = 0.238\ [kg]}$

$P\,V = n\,R_uT\ , \qquad n = \frac{P_1V_1}{R_uT_1} = \frac{(100\ 000\ [Pa])(0.2\ [m^3])}{\left(8.134\ \left[\frac{J}{mol\cdot K}\right]\right)(293.15\ [K])},$ $\qquad \mathbf{n = 8.206\ [mol]}$

b) $c_v = \frac{\Delta u}{\Delta T}\ , \quad \Delta u_{23} = c_v\,\Delta T_{23}\ , \quad \Delta U_{23} = m\Delta u_{23}\ , \quad \Delta U_{23} = mc_v(T_3 - T_2)\ ;$

$P_3V_3 = m\,R\,T_3\ , \qquad T_3 = \frac{P_3V_3}{mR}\ , \quad T_3 = \frac{(400\ 000\ [Pa])(0.2\ [m^3])}{(0.238[kg])\left(286.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)} = 1\ 172.4257\ [K]$

$\Delta U_{23} = (0.238\ [kg])\left(717\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(1172.4257 - 293.15)[K], \qquad \mathbf{\Delta U_{23} = 150.0449\ [\ kJ\ ]}$

c) ${}_3Q_1 + {}_3W_1 = \Delta U_{31}; \quad$ como $\ {}_3W_1 = 0\ ;\ $ entonces $\quad {}_3Q_1 = \Delta U_{31}$

$\Delta U_{31} = m\ \Delta u_{31} = m\ c_v\ \Delta T_{31} = m\ c_v\ (T_1 - T_3)$

$\Delta U_{31} = (0.238\ [kg])\left(717\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(293.15 - 1\ 172.4257)[K] = -150.0449\ [kJ]\ ;$

entonces $\ \mathbf{{}_3Q_1 = -150.0449\ [kJ]}$

O bien: $\Delta U_{ciclo} = 0$; $\Delta U_{ciclo} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31}$, como $T_1 = T_2$, $\Delta U_{12} = 0$

$$\Delta U_{31} = -\Delta U_{23} = -150.0449 \text{ [kJ]}$$

d) ${}_1W_2 = \int_1^2 P\,dV$, $P_1V_1 = P_2V_2$, $P_2 = 4P_1$, $P_1V_1 = 4P_1V_2$, $V_1 = 4V_2$

$${}_1W_2 = -P_1V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -P_1V_1 \ln\left(\frac{V_2}{4V_2}\right) = -P_1V_1 \ln\left(\frac{1}{4}\right)$$

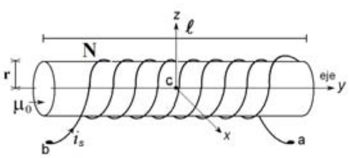
$${}_1W_2 = -(100\,000\text{ [Pa]})(0.2\text{ [m}^3\text{]}) \ln\left(\frac{1}{4}\right), \qquad \mathbf{{}_1W_2 = 27.7259\ [kJ]}$$

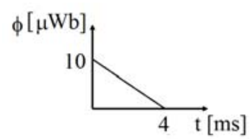
e) $\Delta S_{12} = m\, c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - m\,R\, \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$, $T_1 = T_2$ y $P_2 = 4P_1$,

$$\Delta S_{12} = -m\,R\, \ln\left(\frac{4P_1}{P_1}\right) = -m\,R\, \ln(4) = -(0.238\text{ [kg]})\left(286.7\left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right) \ln(4)$$

$$\mathbf{\Delta S_{12} = -94.5932 \left[\frac{J}{K}\right]}$$

4. En la figura se muestra un solenoide de 5400 vueltas, cuya longitud ℓ = 16 [cm] y radio r = 1.2 [cm]. Al circular la corriente i, el flujo magnético en el interior del inductor varía como indica la gráfica. Determine:





a) El flujo magnético en el interior del inductor, en función del tiempo.
b) La diferencia de potencial V_{ab} inducida en el intervalo mostrado en la gráfica; indique qué punto está a mayor potencial en dicho intervalo.

a) $\phi(t) = mt + b$

$$m = -\frac{10\ [\mu Wb]}{4\ [ms]} = \frac{10\ \times 10^{-6}[Wb]}{4\ \times 10^{-3}[s]} = -2.5\left[\frac{mWb}{s}\right], \text{entonces}$$

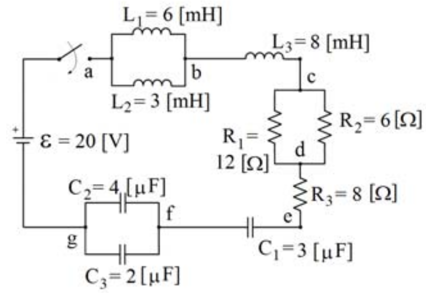
$$\boldsymbol{\phi(t) = -0.0025\left[\frac{Wb}{s}\right]\ t[s] + 10\ \times 10^{-6}[Wb]}$$

b) $|V_{ab}| = \left|-N\frac{d\phi}{dt}\right| = \left|-N\frac{d}{dt}\left(-0.0025\left[\frac{Wb}{s}\right] t\,[s] + 10\ \times 10^{-6}[Wb]\right)\right|$

$|V_{ab}| = \left|-5400\ \left(-0.0025\left[\frac{Wb}{s}\right]\right)\right| = 13.5$ [V] ; de acuerdo con el Principio de Lenz: $V_a > V_b$

$$\mathbf{V_{ab} = +13.5\ [V]}$$

5. Para el circuito que se muestra:



a) Si el inductor L_2 es un solenoide con núcleo de aire, 40 [cm] de longitud y 0.8 [cm] de diámetro, determine su número de espiras N.
b) Si C_1 fuese un capacitor de placas planas y paralelas, con aire entre ellas y una separación d = 8.85 × 10^{-5} [m], ¿qué área tendría cada electrodo?
c) El inductor equivalente entre los puntos "a" y "c", resultado de la conexión de L_1, L_2 y L_3 que están alejados entre sí.
d) El resistor equivalente entre los puntos "c" y "e".
e) El capacitor equivalente entre los puntos "e" y "g".

a) $L_2 = \frac{\mu_0 {N_2}^2 A_2}{\ell_2}$, $N_2 = \sqrt{\frac{L_2\ell_2}{\mu_0 A_2}} = \sqrt{\frac{(3\times 10^{-3}[H])(0.4[m])}{\left(4\pi\times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)\left(\frac{1}{4}\ \pi\right)(0.008\ [m])^2}}$

$$\mathbf{N_2 = 4\,358.64\ \approx 4359\ vueltas}$$

b) $C_1 = \frac{\mathcal{E}_0 A_1}{d_1}$, $A_1 = \frac{C_1 d_1}{\mathcal{E}_0} = \frac{(3\times 10^{-6}[F])(8.85\times 10^{-7}[m])}{8.85\times 10^{-12}\left[\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right]}$, $\mathbf{A_1 = 0.3\ [m^2]}$

c) $L_{ac} = L_{ab} + L_3$, $L_{ab} = \frac{L_1L_2}{L_1 + L_2} = \frac{(6)(3)}{6+3}[mH] = 2[mH]$, $L_{ac} = 2[mH] + 8[mH]$,

$$\mathbf{L_{ac} = 10[mH]}$$

d) $R_{ce} = R_{cd} + R_3 = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{(12)(6)}{12+6}\ [\Omega] + 8[\Omega]$, $\mathbf{R_{ce} = 12\ [\Omega]}$

e) $C_{gf} = C_2 + C_3 = (4+2)[\mu F] = 6\ [\mu F]$, $C_{eg} = \frac{C_{gf}C_1}{C_{gf} + C_1} = \frac{(6)(3)}{6+3}[\mu F]$

$$\mathbf{C_{eg} = 2\ [\mu F]}$$

unam
donde se construye el
futuro