DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
PRIMER EXAMEN FINAL SEMESTRE 2015 – 2
Lunes 25 de mayo de 2015, 13:00 horas

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Tipo
Frank Julian Sprague (1857 – 1934)

Resolución

1. El aire contenido en un cilindro-émbolo, colocado verticalmente, sostiene un pistón de 45 [kg] que tiene un diámetro de 20 [cm]. La masa del aire dentro del cilindro es de 10 [g] y tiene un volumen inicial de 5.2 litros. La presión atmosférica del lugar es 77 [kPa] y se tiene una transferencia de calor mientras el volumen del aire disminuye casi-estáticamente a 0.002 [m^3]. Considerando que g = 9.78 [m/s^2], encuentre para el aire:

a) La presión absoluta al final del proceso.
b) La cantidad de calor transferida si la energía interna del gas disminuyó 140 [J]; indique el sentido de la transferencia de dicha energía.

a) Considerando que es un proceso casiestático, en el pistón: $\sum F = 0$, por lo tanto:

$$m_p g + P_{atm}A - P_{gas}A = 0 \quad , \quad P_{gas} = P_{atm} + \frac{m_p g}{A} \quad , \quad \text{donde:} \quad A = \frac{1}{4}\pi\emptyset^2 \quad ,$$

$$P_{gas} = P_{Atm} + \frac{4m_p g}{\pi\emptyset^2} = 77\,000\ [\mathrm{Pa}] + \frac{4(45\ [\mathrm{kg}])\left(9.78\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]\right)}{\pi(0.2\ [\mathrm{m}])^2} \ ,$$

dado que la presión del gas es constante, $P_1 = P_2$, entonces: $P_{gas} = \mathbf{P_2 = 91\,009\ [Pa]}$

b) Para un sistema termodinámico cerrado: ${}_1Q_2 + {}_1W_2 = \Delta U_{12}$, de donde:

$${}_1Q_2 = \Delta U_{12} - {}_1W_2 \ , \quad {}_1W_2 = -\int_1^2 PdV = -P_{gas}(V_2 - V_1) - (91\,009\ [\mathrm{Pa}])(0.002 - 0.0052)[\mathrm{m}^3]$$

$${}_1W_2 = 291.2288\ [\mathrm{J}] \ , \qquad {}_1Q_2 = (-140\ [\mathrm{J}]) - (291.2288\ [\mathrm{J}])$$

$$\mathbf{{}_1Q_2 = -431.2288\ [J]};\ \textbf{la energía la entrega el gas}.$$

2. Una máquina de Carnot que opera con gas helio (como gas ideal) usa un depósito térmico a temperatura alta a 700 [K] y un depósito térmico a temperatura baja a 300 [K]. En un ciclo la máquina absorbe 800 [J] del depósito a temperatura alta. Calcule:

a) El cambio de entropía del helio mientras está en contacto térmico con el depósito a temperatura alta.
b) La eficiencia del ciclo y el calor que es rechazado al depósito con temperatura baja.
c) El cambio de entropía del helio mientras está en contacto con el depósito a temperatura baja.
d) ¿Cuál es el cambio de entropía en los procesos adiabáticos de compresión y de expansión?

a) $$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T_A} = \frac{1}{T_A}\int \delta Q = \frac{Q_A}{T_A} = \frac{800\ [\mathrm{J}]}{700\ [\mathrm{K}]} = 1.1429\ \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\right] , \qquad \mathbf{\Delta S = 1.1429\ \left[\frac{J}{K}\right]}$$

b) $\eta_C = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 1 - \frac{300\ [K]}{700\ [K]} = 0.5714$, $\frac{T_B}{T_A} = \left|\frac{Q_B}{Q_A}\right|$, $|Q_B| = \frac{|Q_A| T_B}{T_A} = \frac{(800\ [J])(300\ [K])}{700\ [K]}$

$= 342.8571\ [J]$

$$\mathbf{Q_B = -\,342.8571\ [J]}$$

c) $\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T_B} = \frac{1}{T_B}\int \delta Q = \frac{Q_B}{T_B} = \frac{-342.8571\ [J]}{300\ [K]} = -1.1429\ \left[\frac{J}{K}\right]$, $\mathbf{\Delta S = -1.1429\ \left[\frac{J}{K}\right]}$

d) como los procesos son adibáticos y reversibles: tenemos que si $\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T}$ y $Q = 0$

entonces: $\Delta \mathbf{S} = \mathbf{0}$ (**procesos isoentrópicos**)

3. En un ciclo reversible de Diesel estándar que utiliza aire, la presión y la temperatura al inicio de la compresión adiabática son 1 [bar] y 20 [°C], la presión al final de la expansión adiabática es 1.7 [bar] y la temperatura máxima alcanzada por el gas es 1 265 [K]. Sabiendo que al gas se le suministran 400 [kJ/kg] y que la relación de compresión es 15, determine la eficiencia del ciclo.

Para un ciclo: $q_{ciclo} + w_{neto} = 0$, $q_{ciclo} = {}_1q_2 + {}_2q_3 + {}_3q_4 + {}_4q_1$,

${}_1q_2 = 0$, ${}_3q_4 = 0$, entonces: $q_{ciclo} = {}_2q_3 + {}_4q_1$;

para el proceso (4)→(1) tenemos que ${}_4q_1 + {}_4w_1 = \Delta u_{41}$, ${}_4w_1 = 0$

${}_4q_1 = c_v\,\Delta T_{41} = c_v(T_1 - T_4)$,

$$P_1 v_1 = R T_1\ ,\quad v_1 = \frac{R T_1}{P_1} = \frac{\left(286.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(293.15\ [K])}{100\ 000\ [Pa]} = 0.8405\ \left[\frac{m^3}{kg}\right] = v_4$$

$$P_4 v_4 = R T_4\ ,\quad T_4 = \frac{P_4 v_4}{R} = \frac{(170\ 000\ [Pa])\left(0.8405\ \left[\frac{m^3}{kg}\right]\right)}{286.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]} = 498.3781\ [K]$$

$${}_4q_1 = \left(717\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(293.15 - 498.3781)[K] = -147\ 149\ \left[\frac{J}{kg}\right]$$

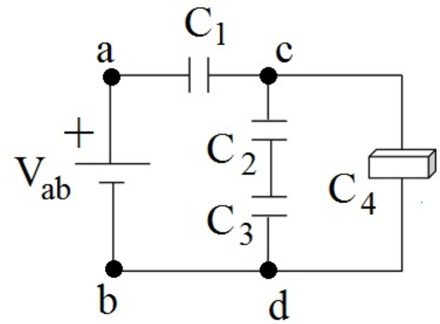
$$q_{ciclo} = \left(400\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]\right) + \left(-147.149\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]\right) = 252.851\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

$$w_{neto} = -q_{ciclo} = -\left(252.851\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]\right) = -252.851\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

$$\eta = \frac{W_{neto}}{{}_2q_3} = \frac{252.851\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]}{400\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]} = 0.6321 \qquad \boldsymbol{\eta = 0.6321}$$

4. Al circuito de capacitores que se muestra en la figura se le aplica una diferencia de potencial V_{ab} = 12 [V]. El capacitor de placas planas y paralelas C_4 tiene un área de 2.583 × 10^{-3}[m^2], la separación entre dichas placas es 5 [mm] y el dieléctrico que utiliza tiene una permitividad eléctrica relativa k_e = 3.5. Si $C_1 = C_2 = C_3$ = 10 [pF] , determine:

a) La capacitancia equivalente entre los nodos a y b.
b) La diferencia de potencial entre los nodos c y d; es decir V_{cd}.
c) La carga en el capacitor C_3.
d) La energía almacenada en el circuito.



a) $C_4 = \dfrac{k_{e4}\varepsilon_0 A_4}{d_4} = \dfrac{3.5\left(8.85\times10^{-12}\left[\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right]\right)(2.583\times10^{-3}[m^2])}{0.005\ [m]} = 16\ [pF]$

$C_{23} = \dfrac{C_2C_3}{C_2+C_3} = \dfrac{(10)(10)}{10+10}[pF] = 5\ [pF]\ ,\quad C_{cd} = C_{23}+C_4 = (5+16)\ [pF] = 21\ [pF]$

$C_{ab} = \dfrac{C_1C_{cd}}{C_1+C_{cd}} = \dfrac{(10)(21)}{10+21}\ [pF]\ ,\qquad \mathbf{C_{ab} = 6.7742\ [pF]}$

b) $Q_{ab} = C_{ab}V_{ab} = (6.7742\times10^{-12}[F])(12\ [V]) = 81.2904\ [pC] = Q_1 = Q_{cd}$

$V_{cd} = \dfrac{Q_{cd}}{C_{cd}} = \dfrac{81.2904\times10^{-12}\ [C]}{21\times10^{-12}\ [F]}\ ,\qquad \mathbf{V_{cd} = 3.871\ [V]}$

c) $Q_{23} = C_{23}V_{cd} = (5\times10^{-12}\ [F])(3.871\ [V]) = 19.3549\ [pC] = Q_2 = Q_3$

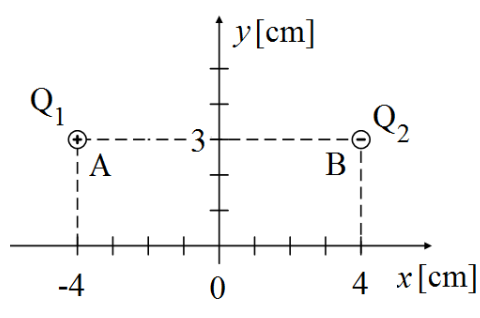
$\mathbf{Q_3 = 19.3549\ [pC]}$

d) $U = \dfrac{1}{2}C_{ab}(V_{ab})^2 = \dfrac{1}{2}(6.7742\times10^{-12}\ [F])(12\ [V])^2 = 4.8774\times10^{-10}\ [J]$

$\mathbf{U = 487.74\ [pF]}$

5. En la figura se muestran dos cargas puntuales: Q_1 = 12 [nC] ubicada en el punto A(–4, 3) [cm] y Q_2 = – 12 [nC] localizada en B (4, 3) [cm]. Determine:

a) El vector campo eléctrico en el punto A debido a la carga Q_2.
b) La fuerza eléctrica en la carga Q_1.
c) La energía potencial eléctrica de la carga Q_2.
d) El trabajo para trasladar la carga Q_2 del punto B al origen.



a) $\vec{E}_A = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q_2}{(r_{AB})^2}\hat{r} = \left(9\times10^9\left[\dfrac{N\cdot m^2}{C^2}\right]\right)\left(\dfrac{12\times10^{-9}\ [C]}{(0.08\ [m])^2}\right)(\hat{\imath})\ ,\qquad \mathbf{\vec{E}_A = 16\,875\ \hat{\imath}\left[\dfrac{N}{C}\right]}$

b) $\vec{E}_A = \dfrac{\vec{F}_{Q1}}{Q_1}$, $\vec{F}_{Q1} = Q_1\vec{E}_A = (12 \times 10^{-9}[C])\left(16\,875\,\hat{\imath}\left[\dfrac{N}{C}\right]\right)$, $\qquad \boldsymbol{\vec{F}_{Q1} = -202.5\hat{\imath}}$ **[μN]**

c) $U_{Q2} = Q_2V_B$, $\quad V_B = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q_1}{r_{AB}} = \left(9 \times 10^9\left[\dfrac{N \cdot m^2}{C^2}\right]\right)\left(\dfrac{12 \times 10^{-9}\ [C]}{0.08\ [m]}\right) = 1350\ [V]$

$U_{Q2} = (-12 \times 10^{-9}\ [C])(1350\ [V])$, $\qquad \boldsymbol{U_{Q2} = -16.2}$ **[μJ]**

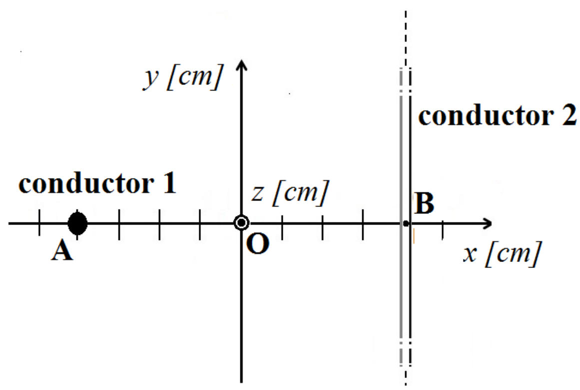
d) ${}_BW_0 = Q_2V_{0B}$,

$V_{0B} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q_1\left(\dfrac{1}{r_{A0}} - \dfrac{1}{r_{AB}}\right) = \left(9 \times 10^9\left[\dfrac{N \cdot m^2}{C^2}\right]\right)(12 \times 10^{-9}\ [C])\left(\dfrac{1}{0.05\ [m]} - \dfrac{1}{0.08\ [m]}\right)$

$V_{0B} = 810\ [V]$, $\quad {}_BW_0 = (-12 \times 10^{-9}\ [C])(810\ [V])$, $\qquad \boldsymbol{{}_BW_0 = -9.72}$ **[μJ]**

6. En la figura se muestran dos conductores rectos y muy largos, en cada uno circula una corriente eléctrica. El conductor 1 es paralelo al eje “z” y corta al eje “x” en el punto A (– 40, 0, 0) [cm], el conductor 2 pasa por el punto B (40, 0, 0) [cm] y es paralelo al eje “y”. Se sabe que el campo magnético producido por ambos conductores en el origen (0, 0, 0) [cm] es $\vec{B}_o = \left(10\,\hat{\jmath} + 30\,\hat{k}\right)[\mu T]$. Determine:

a) La magnitud y el sentido en que circula la corriente en el conductor 1.
b) La magnitud y el sentido en que circula la corriente en el conductor 2.



a) $\vec{B}_0 = \left(10\hat{\jmath} + 30\,\hat{k}\right)\ [\mu T]$

$\vec{B}_0 = \vec{B}_{01} + \vec{B}_{02}$, $\quad \vec{B}_{01} = B_{01}(\hat{\jmath})$

$\vec{B}_{02} = B_{02}\hat{k}$, $\quad B_{01} = 10\ [\mu T]$, $\quad B_{02} = 30\ [\mu T]$

$B_{01} = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi a_1}$, $\quad I_1 = \dfrac{2\pi a_1 B_{01}}{\mu_0} = \dfrac{2\pi(0.4\ [m])(10 \times 10^{-6}\ [T])}{4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]}$,

$\boldsymbol{I_1 = 20}$ **[A] sale de la hoja (sentido positivo del eje z)**

b) $B_{02} = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi a_2}$, $\quad I_2 = \dfrac{2\pi a_2 B_{02}}{\mu_0} = \dfrac{2\pi(0.4\ [m])(30 \times 10^{-6}\ [T])}{4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]}$,

$\boldsymbol{I_2 = 60}$ **[A] sentido positivo del eje "*y*"**