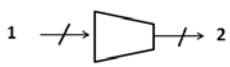
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
PRIMER EXAMEN FINAL SEMESTRE 2014 – 2
Jueves 29 de mayo de 2014, 13:00 horas

Tipo
Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830)

Resolución

1. En una tobera adiabática (dispositivo que incrementa la velocidad de un fluido a expensas de su presión, sin trabajo de expansión ni de eje) entra aire, que puede considerarse como gas ideal, a 180 [°C], 340 [kPa] y 20 [m/s] el cual sale a 80 [kPa] y 555.35 [m/s]. Si el diámetro en la entrada es 0.4 [cm], la variación de energía potencial gravitatoria es despreciable y el sistema está operando en régimen permanente y en estado estacionario, determine en unidades del SI:

a) La densidad del fluido en la entrada.
b) El gasto másico que entra a la tobera.
c) La variación de las entalpias del fluido, es decir Δh_{12}.
d) La temperatura del fluido a la salida.
e) El área del conducto de salida.



Sistema: aire dentro de la tobera; sist. termodinámico abierto.
$T_1 = 180\ °C = 453.15\ [K]$
$\emptyset_1 = 0.4\ [cm] = 0.004\ [m]$

a) $P_1 v_1 = R\,T_1\ ,\ \ P_1 = \frac{R\,T_1}{v_1} = R\,T_1\,\rho_1\ ,\quad \rho_1 = \frac{P_1}{R\,T_1} = \frac{340\ \times\ 10^3\ [Pa]}{\left(286.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(453.15\ [K])}\ ;\quad \boldsymbol{\rho_1 = 2.617\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]}$

b) Balance de masa: $\dot m_1 = \dot m_2\ ;\quad \dot m = \rho\, v\, A\ ,\quad \dot m_1 = \rho_1 v_1 A_1 = \rho_1 v_1 \left(\frac{1}{4}\pi \emptyset_1^2\right)$

$$\dot m_1 = \left(2.617\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(20\ \left[\frac{m}{s}\right]\right)\left(\frac{1}{4}\pi(0.004\ [m])^2\right),\qquad \boldsymbol{\dot m_1 = 0.6577\ \left[\frac{kg}{s}\right]}$$

c) Balance de energía: $\dot Q + \dot W = \dot m\left(\Delta e_C + \Delta e_p + \Delta h\right),\quad \dot Q = 0\ ,\quad \dot W = 0\ ,\quad \Delta e_p = 0$

$0 = \dot m(\Delta e_C + \Delta h)\ ,\quad \Delta e_C + \Delta h = 0\ ,$ por lo tanto: $\Delta h_{12} = -(\Delta e_C)_{12}$, entonces

$$\Delta h_{12} = -\frac{1}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = -\frac{1}{2}\left[\left(555.35\ \left[\frac{m}{s}\right]\right)^2 - \left(20\ \left[\frac{m}{s}\right]\right)^2\right],\qquad \boldsymbol{\Delta h_{12} = -154.007\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]}$$

d) $c_p = \frac{\Delta h}{\Delta T}\ ,\quad \Delta T = \frac{\Delta h}{c_p} = \frac{-154\ 007\ \left[\frac{J}{kg}\right]}{1003.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]} = -153.43\ [K]\ ;\qquad T_2 - T_1 = \Delta T$

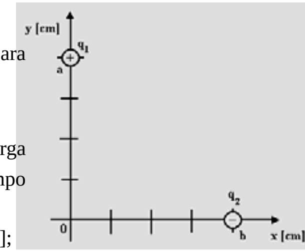
$$T_2 = \Delta T + T_1 = (-153.43\ [K]) + (433.15\ [K]),\qquad \boldsymbol{T_2 = 299.72\ [K]}$$

e) como: $\dot m_1 = \dot m_2\ ,\quad \dot m_2 = \rho_2 v_2 A_2\ ;$ por otra parte: $P_2 v_2 = R\,T_2$

$$P_2 = \frac{R\,T_2}{v_2} = R\,T_2\,\rho_2\ ,\quad \rho_2 = \frac{P_2}{RT_2}\ ,\quad \rho_2 = \frac{80\ \times\ 10^3\ [Pa]}{\left(286.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(299.7107\ [K])} = 0.931\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

$$A_2 = \frac{\dot m_2}{\rho_2 v_2} = \frac{\left(0.6577\ \left[\frac{kg}{s}\right]\right)}{\left(0.931\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(555.35\ \left[\frac{m}{s}\right]\right)}\ ,\qquad \boldsymbol{A_2 = 0.00127\ m^2}$$

2. Se tienen dos cargas puntuales, $q_1 = -q_2 = 8\ [\mu C]$, ubicadas como se indica en la figura. Determine:



a) El vector campo eléctrico en el punto P (40,40) [cm].
b) La fuerza que se ejercería sobre una carga $q_p = 1\ [\mu C]$ si se colocara en el punto P.
c) El potencial eléctrico en el punto P.
d) La energía potencial eléctrica que tiene la carga q_2.
e) El vector fuerza de origen magnético que experimentaría la carga q_1, si viajara con una velocidad de 25 $\hat{i}$ [m/s] en un campo magnético de 0.6 $\hat{j}$ [T].

a = 40 [cm] , b = 40 [cm];

a) $\vec E_P = \vec E_{P1} + \vec E_{P2}$

$$\vec E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{ap}^2}\,\hat\imath + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{bp}^2}\,(-\hat\jmath)$$

$$\vec E_P = \left(9\times 10^9\left[\frac{N\cdot m^2}{C^2}\right]\right)\left(\frac{8\times 10^{-6}[C]}{(0.4\ [m])^2}\right)\hat\imath - \left(9\times 10^9\left[\frac{N\cdot m^2}{C^2}\right]\right)\left(\frac{8\times 10^{-6}[C]}{(0.4\ [m])^2}\right)\hat\jmath$$

$$\boldsymbol{\vec E_P = 450\hat\imath - 450\hat\jmath\ \left[\frac{kN}{C}\right]}$$

b) $\vec E_P = \frac{\vec F}{q_p}\ ,\quad \vec F = q_P \vec E_P\ = (10^{-6}\ [C])\left(450\hat\imath - 450\hat\jmath\ \left[\frac{kN}{C}\right]\right)$

$$\boldsymbol{\vec F = 0.45\hat\imath - 0.45\hat\jmath\ \left[\frac{N}{C}\right]}$$

c) $V_p = V_{p1} + V_{p2}\ ,\quad V_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{ap}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{bp}}$

$$V_p = \left(9\times 10^9\left[\frac{N\cdot m^2}{C^2}\right]\right)\left(\frac{8\times 10^{-6}[C]}{0.4\ [m]}\right) - \left(9\times 10^9\left[\frac{N\cdot m^2}{C^2}\right]\right)\left(\frac{-8\times 10^{-6}[C]}{0.4\ [m]}\right),\qquad \boldsymbol{V_p = 0\ [V]}$$

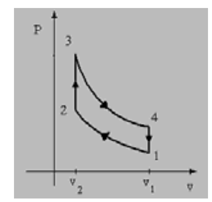
d) $U = q_2 V_b = q_2\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{ab}}\right) = (-8\times 10^{-6}\ [C])\left(9\times 10^9\left[\frac{N\cdot m^2}{C^2}\right]\right)\left(\frac{8\times 10^{-6}[C]}{\sqrt{0.32}\ [m]}\right)$

$$\boldsymbol{U = -1.0182\ [J]}$$

e) $\vec F_m = q_1 \vec v \times \vec B = (8\times 10^{-6}[C]\ )\left[\left(25\hat\imath\ \left[\frac{m}{s}\right]\right)\times(0.6\,\hat\jmath\ [T])\right],\qquad \boldsymbol{\vec F_m = 120\ \hat k\ [\mu N]}$

3. En un ciclo de Otto ideal que funciona con aire, se conoce su relación de compresión que es r = 12; se sabe que la presión en el estado 1 es 0.9 [bar], su temperatura es 27 [°C] y que la energía en forma de calor recibida por la ignición, durante el proceso isométrico de 2 a 3 es 1780 [kJ/kg]. Con base en ello, determine:

a) La presión y la temperatura al final de la compresión isoentrópica.
b) La temperatura máxima alcanzada por el aire, después de la ignición.
c) El trabajo, asociado a cada unidad de masa, en la expansión.
d) La eficiencia del ciclo.
e) La variación de entropía específica en los cuatro procesos.



$r = 12\,,\quad P_1 = 0.9\,[\text{bar}] = 90\,[\text{kPa}]\,,\qquad T_1 = 27\,°\text{C} = 300.15\,[\text{K}]\,,\qquad {}_2q_3 = 1780\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right]$

a) $r^k = \left(\frac{P_2}{P_1}\right),\qquad P_2 = P_1 r^k = (90\,000\,[\text{Pa}])(12)^{1.4},\qquad \mathbf{P_2 = 2\,918.074\,[kPa]}$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}-1} = \frac{T_1}{T_2},\qquad T_2 = \frac{T_1}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}-1}} = \frac{300.15\,[\text{K}]}{\left(\frac{2918\,[\text{kPa}]}{90\,[\text{kPa}]}\right)^{\frac{1}{1.4}-1}},\qquad \mathbf{T_2 = 810.98\,[K]}$$

b) ${}_2w_3 + {}_2q_3 = \Delta u_{23}\,,\qquad {}_2w_3 = 0\,,\qquad {}_2q_3 = \Delta u_{23} = c_v \Delta T_{23}\,,\qquad {}_2q_3 = c_v(T_3 - T_2)$

$$T_3 = \frac{{}_2q_3}{c_v} + T_2 = \frac{1780 \times 10^3\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right]}{717\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]} + 810.98\,[\text{K}],\qquad \mathbf{T_3 = 3\,293.54\,[K]}$$

c) ${}_3w_4 = \frac{P_4v_4 - P_3v_3}{k-1}\quad,\quad v_3 = v_2\quad,\quad P_2v_2 = R\,T_2\,,\quad v_2 = \frac{RT_2}{P_2}$

$$v_2 = \frac{\left(286.7\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]\right)(810.98\,[\text{K}])}{2\,918\,074\,[\text{Pa}]} = 0.0797\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right] = v_3\,,$$

$$P_3v_3 = R\,T_3\,,\qquad P_3 = \frac{R\,T_3}{v_3} = \frac{\left(286.7\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]\right)(3\,293.54\,[\text{K}])}{\left(0.0797\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]\right)} = 11\,850\,839\,[\text{Pa}]$$

$P_1v_1 = RT_1$

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{\left(286.7\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]\right)(300.15\,[\text{K}])}{90\,000\,[\text{Pa}]} = 0.9561\left[\frac{\text{m}_3}{\text{kg}}\right] = v_4$$

$$\left(\frac{v_3}{v_4}\right)^k = \frac{P_4}{P_3},\qquad P_4 = P_3\left(\frac{v_3}{v_4}\right)^k = (11\,850\,839\,[\text{Pa}])\left(\frac{0.0797}{0.9561}\right)^{1.4} = 365\,667\,[\text{Pa}]$$

$$\text{entonces:}\quad {}_3w_4 = \frac{(365\,667\,[\text{Pa}])\left(0.9561\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]\right) - (11\,850\,839\,[\text{Pa}])\left(0.0797\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]\right)}{1.4-1}$$

$$\mathbf{{}_3w_4 = -1\,487.244\left[\frac{kJ}{kg}\right]}$$

d) $w_{neto} = {}_1w_2 + {}_3w_4\,,\qquad {}_1w_2 = \frac{P_2v_2 - P_1v_1}{k-1}$

$${}_1w_2 = \frac{(2\,918\,074\,[\text{Pa}])\left(0.0797\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]\right) - (90\,000\,[\text{Pa}])\left(0.9561\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]\right)}{1.4-1} = 366\,304\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right]$$

$$w_{neto} = \left(366\,304\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right]\right) + \left(-1\,487\,244\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right]\right) = -1\,120.94\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right]$$

$$\eta = \left|\frac{w_{neto}}{{}_2q_3}\right| = \frac{1\,120.94\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right]}{1780\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right]}\,,\qquad \mathbf{\eta = 0.6597}\,;\quad \text{o bien}\quad \mathbf{\eta = 65.97\%}$$

e) como la expansión y la compresión son procesos adiabáticos y reversibles:

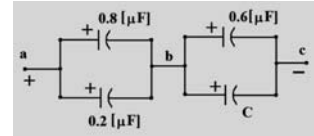
$$\mathbf{\Delta s_{12} = 0}\,,\qquad \mathbf{\Delta s_{34} = 0}$$

$$\Delta s_{23} = c_v \text{Ln}\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + R\,\text{Ln}\left(\frac{v_3}{v_2}\right),\qquad v_3 = v_2$$

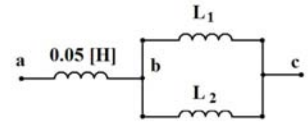
$$\Delta s_{23} = c_v \text{Ln}\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = \left(717\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]\right)\text{Ln}\left(\frac{3\,293.54\,[\text{K}]}{810.98\,[\text{K}]}\right),\qquad \mathbf{\Delta s_{23} = 1004.86\left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]}$$

como $\Delta s_{ciclo} = 0$, entonces: $\Delta s_{41} = -\Delta s_{23}\,,\qquad \mathbf{\Delta s_{41} = -1004.86}$

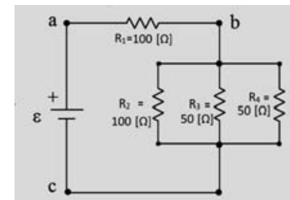
4. Para los circuitos que se muestran, determine:



a) El valor del capacitor C tal que hace que la capacitancia equivalente C_{ac} sea 0.5 [μF].



b) Los valores de L_1 y L_2 que hacen que la inductancia equivalente L_{ac} sea 0.7 [H] si se sabe que L_1 es el doble de L_2. Considere que los tres inductores están lo suficientemente alejados entre sí para despreciar el efecto de la inductancia mutua.



c) La resistencia equivalente entre los puntos a y c.
d) La diferencia de potencial en R_3 si ε = 30 [V].

a) $C_{ac} = 0.5\,[\mu\text{F}]\,,\quad C_{ab} = (0.8 + 0.2)[\mu\text{F}] = 1\,[\mu\text{F}]\,,\quad \frac{1}{C_{ac}} = \frac{1}{C_{ab}} + \frac{1}{C_{bc}}\,,\quad C_{bc} = C + 0.6\,[\mu\text{F}]$

$$\frac{1}{0.5\,[\mu\text{F}]} = \frac{1}{1[\mu\text{F}]} + \frac{1}{C + 0.6\,[\mu\text{F}]}\,;\quad \text{despejando C,}\quad \text{tenemos:}\qquad \mathbf{C = 0.4\,[\mu F]}$$

b) $L_{ac} = 0.7\,[\text{H}]\,,\quad L_1 = 2L_2\,,\quad L_{ab} = 0.5\,[\text{H}]\,,\quad L_{ac} = L_{ab} + L_{bc}\,,$

$L_{bc} = L_{ac} - L_{ab} = (0.7 - 0.5)[\text{H}] = 0.2\,[\text{H}],\qquad L_{bc} = \frac{L_1L_2}{L_1 + L_2}$

$$L_{bc} = \frac{2L_2L_2}{2L_2 + L_2} = \frac{2L_2^2}{3L_2} = \frac{2}{3}L_2,\qquad L_2 = \frac{3L_{bc}}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)(0.2\,[\text{H}]),\qquad \mathbf{L_2 = 0.3\,[H]}$$

$$L_1 = 2(0.3\,[\text{H}]),\qquad \mathbf{L_1 = 0.6\,[H]}$$

c) $\frac{1}{R_{bc}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\,,\qquad \frac{1}{R_{bc}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{1}{50}\,,\quad R_{ac} = R_1 + R_{bc} = (100 + 20)[\Omega]\,,$

$$\mathbf{R_{ac} = 120\,[\Omega]}$$

d) $\varepsilon = R_{ac}I\,,\qquad I = \frac{\varepsilon}{R_{ac}} = \frac{30\,[\text{V}]}{120\,[\Omega]} = 0.25\,[\text{A}]$

$V_{R3} = V_{bc} = R_{bc}I = 20\,[\Omega](0.25\,[\text{A}]) = 5\,[\text{V}]\,,$

$\mathbf{V_{R3} = 5[V]}$