DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN DEPARTAMENTAL DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
PRIMER EXAMEN FINAL SEMESTRE 2013 – 1
Miércoles 28 de noviembre de 2012, 13:00 horas

Tipo
John Hopkinson (1849 – 1898)

INSTRUCCIONES: No se permite la consulta de documento alguno.
El tiempo máximo de resolución es 2 horas.
Cada problema tiene la puntuación indicada.
Al final del examen se encuentran algunas constantes físicas que le pueden ser útiles.

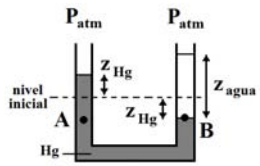
1. Un tubo simple, de sección transversal uniforme y en forma de u, contiene mercurio (δ = 13.6 [1]) y ambos extremos están abiertos a la atmósfera. Cuando 20.4 [cm] de agua se vacían en el brazo derecho, ¿a qué altura llega el mercurio del brazo izquierdo a partir de su nivel inicial? Considere que la aceleración gravitatoria del lugar es 9.78 [m/s^2].

$P_{man\ B} = \rho_{agua}\, g\, z_{agua}$

$P_{man\ A} = \rho_{Hg}\, g\, (2\, z_{Hg}) = 2\, \delta_{Hg}\, \rho_{agua}\, g\, z_{Hg}$

como $P_{man\ A} = P_{man\ B}$, entonces

$\rho_{agua}\, g\, z_{agua} = 2\, \delta_{Hg}\, \rho_{agua}\, g\, z_{Hg}$, $z_{Hg} = \dfrac{z_{agua}}{2\, \delta_{Hg}}$,



$$\mathbf{z_{Hg} = 7.5\ [mm]}$$

2. En un pistón se tienen 10 [g] de helio (R_{He} = 2.077 [kJ/(kg ·K)]) a 80 [kPa] de presión absoluta y 30 [°C]. Se le aplica una fuerza de manera que su presión se incrementa hasta 850 [kPa] y el volumen se reduce a un tercio del volumen inicial. Determine para el helio:

a) Su densidad inicial.
b) Su temperatura final.

a) $T_1 = 30\ °C = 303.15\ K$, $V_2 = {}^1\!/_3\ V_1$

$P\, v = R\, T \quad P = \dfrac{R\, T}{v} = \rho\, R\, T$, $\rho_1 = \dfrac{P_1}{R\, T_1} = \dfrac{80\ 000\ Pa}{\left(2077\ \frac{J}{kg\cdot K}\right)(303.15\ K)}$, $\quad \boldsymbol{\rho_1 = 0.1271\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]}$

b) $v_1 = 3v_2$, $\rho_2 = 3\, \rho_1$, $P_2 v_2 = R\, T_2$

$P_2 = \dfrac{RT_2}{v_2} = \rho_2 R T_2$, $T_2 = \dfrac{P_2}{\rho_2\, R} = \dfrac{P_2}{3\rho_1 R}$

$T_2 = \dfrac{850\ 000\ Pa}{(3)\left(0.1315\ \frac{kg}{m^3}\right)\left(2\ 007\ \frac{K}{kg\cdot K}\right)}$, $\quad \mathbf{T_2 = 1\ 073.66\ [K]}$

3. En un crisol, de capacidad térmica despreciable, se colocan 50 [kg] de plata en su fase sólida para fundir en un horno a temperatura constante de 1 400 [°C] y fabricar el riel para acuñar monedas. La temperatura de fusión de la plata es 962 [°C] y su entalpia de fusión es 88.3 [kJ/kg]. Considerando que el horno y la plata en su interior forman un sistema termodinámico aislado, determine:

a) La variación de entropía de la plata al fundirla en el horno y retirarla del mismo inmediatamente.
b) La variación de entropía del horno.
c) Si se verifica el Principio de incremento de entropía. Explique.

a) $T_H = 1\ 400\ °C = 1\ 673.15\ K$, $T_{fus} = 962°C = 1\ 235.15\ K$, $h_{fus} = 88.3\ \dfrac{kJ}{kg} = 88\ 300\ \dfrac{J}{kg}$

$Q_{Ag} = m_{Ag}\, h_{fus}$; $\Delta S_{Ag} = \displaystyle\int \frac{\delta Q_{Ag}}{T} = \frac{1}{T_{fus}} Q_{Ag} = \frac{1}{T_{fus}}\, m_{Ag} h_{fus}$

$\Delta S_{Ag} = \dfrac{1}{1\ 235.15\ K}\ (50\ kg)\left(88\ 300\ \dfrac{J}{kg}\right)$, $\quad \boldsymbol{\Delta S_{Ag} = 3\ 574.4646\ \left[\frac{J}{K}\right]}$

b) $\Delta S_H = \displaystyle\int \frac{\delta Q_H}{T} = \frac{1}{T_H} Q_H$, $Q_{Ag} + Q_H = 0$, $Q_H = -\, Q_{Ag}$

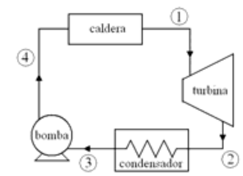
$Q_{Ag} = m_{Ag} h_{fus} = (50\ kg)\left(88\ 300\ \dfrac{J}{kg}\right) = 4\ 415\ kJ$, entonces para el horno: $Q_H = -4\ 415\ kJ$

$\Delta S_H = \dfrac{1}{1\ 673.15\ K}(-\,4\ 415\ \times\ 10^3 J)$, $\quad \boldsymbol{\Delta S_H = -2\ 638.7353\ \left[\frac{J}{K}\right]}$

c) $\Delta S_{sist.aislado} = \Delta S_{Ag} + \Delta S_H = (\mathbf{3\ 574.4646 - 2\ 638.7353})\left[\dfrac{\mathbf{J}}{\mathbf{K}}\right] > 0$, $\quad \boldsymbol{\Delta S_{sist.aislado} > 0}$

sí cumple con el Principio de incremento de entropía

4. Una planta generadora de energía eléctrica con vapor de agua, funciona con el ciclo básico de Rankine. De algunos estados del ciclo se cuenta con la información mostrada en la tabla; además se sabe que el trabajo requerido por la bomba, asociado a la unidad de masa es $_3w_4$ = 2480 [J/kg], determine en el SI:



a) El volumen específico del agua en el estado 4.
b) El trabajo, asociado a la unidad de masa, desarrollado en la turbina.
c) El calor, asociado la unidad de masa, que cede el agua en el condensador.
d) La eficiencia del ciclo.

estado	P [kPa]	v [m^3/kg]	h [J/kg]
1	2 500		2 803 100
2	20		1 984 880
3	20	0.001	
4	2 500		194 350

Considere que $\Delta E_{cinética} \approx 0$, $\Delta E_{potencial\ gravit.} \approx 0$

a) $_3w_4 = v_3(P_4 - P_3)$, $v_3 = v_4$, $v_4 = \dfrac{_3w_4}{P_4 - P_3} = \dfrac{2\ 480\ \frac{J}{kg}}{(2500-20)10^3 Pa}$, $\quad \boldsymbol{v_4 = 10^{-3}\left[\frac{m^3}{kg}\right]}$

b) ${}_1q_2 + {}_1w_2 = \Delta h_{12}$, ${}_1q_2 = 0$; ${}_1w_2 = \Delta h_{12}$

$${}_1w_2 = h_2 - h_1 = (1\,984.88 - 2\,803.1)\frac{kJ}{kg}, \qquad \mathbf{{}_1w_2 = -818.22 \left[\frac{kJ}{kg}\right]}$$

c) $q_{ciclo} + w_{ciclo} = 0$, ${}_2q_3 + {}_4q_1 + {}_1w_2 + {}_3w_4 = 0$, ${}_2q_3 + {}_2w_3 = \Delta h_{23}$

${}_2w_3 = 0$, ${}_2q_3 = \Delta h_{23}$, ${}_2q_3 = -{}_4q_1 - {}_1w_2 - {}_3w_4$; por otra parte:

${}_4q_1 + {}_4w_1 = \Delta h_{41}$, ${}_4w_1 = 0$, ${}_4q_1 = \Delta h_{41}$

$${}_4q_1 = h_1 - h_4 = \left(2\,803.1\,\frac{kJ}{kg}\right) - \left(194.35\,\frac{kJ}{kg}\right) = 2\,608.75\,\frac{kJ}{kg}$$

entonces

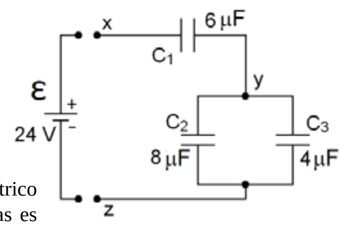
$${}_2q_3 = -\left(2\,608.75\,\frac{kJ}{kg}\right) - \left(-818.22\,\frac{kJ}{kg}\right) - \left(2.48\,\frac{kJ}{kg}\right), \qquad \mathbf{{}_2q_3 = -1\,793.03 \left[\frac{kJ}{kg}\right]}$$

$${}_2q_3 = -1\,793.03\left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

d) $\eta = \dfrac{|w_{neto}|}{|{}_4q_1|}$, $w_{neto} = {}_1w_2 + {}_3w_4 = \left(-818.22\,\dfrac{kJ}{kg}\right) + \left(2.48\,\dfrac{kJ}{kg}\right) = -815.74\,\dfrac{kJ}{kg}$

$$\eta = \frac{815.74\,\frac{kJ}{kg}}{2\,608.75\,\frac{kJ}{kg}}; \qquad \boldsymbol{\eta = 0.3127\,[1]}$$

5. Para la conexión de capacitores mostrada, determine en el SI:



a) El capacitor equivalente entre los puntos “x” y “z”.
   Después de conectar la fuente ε entre los puntos “x” y “z”:
b) ¿Cuál es la carga del capacitor C_1?
c) La energía almacenada en el capacitor C_2.
d) Si C_1 es un capacitor de placas planas y paralelas con un dieléctrico de permitividad eléctrica ε_1, el área de cada una de sus placas es 800 [cm^2] y el espesor del dieléctrico es 1×10^{-4} [m], ¿cuánto vale ε_1?

a) $C_{yz} = C_2 + C_3 = (8\mu F) + (4\mu F) = 12\,\mu F$

$$C_{xz} = \frac{C_1 C_{yz}}{C_1 + C_{yz}} = \frac{(6\mu F)(12\mu F)}{(6+12)\mu F}, \qquad \mathbf{C_{xz} = 4\,[\mu F]}$$

b) $C_{xz} = \dfrac{Q_{eq}}{V_{xz}}$

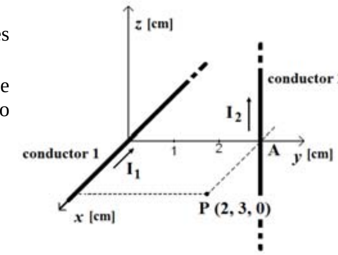
$$Q_{eq} = C_{xz}V_{xz} = (4\times10^{-6}\,F)(24\,V) = 96\,\mu C = Q_1 = Q_{yz}, \qquad \mathbf{Q_1 = 96\,[\mu C]}$$

c) $U_2 = \dfrac{1}{2}C_2 V_{yz}{}^2$, $V_{yz} = \dfrac{Q_{yz}}{C_{yz}} = \dfrac{96\times10^{-6}\,C}{12\times10^{-6}\,F} = 8\,V$

$$U_2 = \frac{1}{2}(8\times10^{-6}\,F)(8\,V)^2, \qquad \mathbf{U_2 = 256\,[\mu J]}$$

d) $C_1 = \dfrac{\varepsilon_1 A_1}{d_1}$, $\varepsilon_1 = \dfrac{C_1 d_1}{A_1} = \dfrac{(6\times10^{-6}\,F)(10^{-4} m)}{0.08\,m^2}$, $\boldsymbol{\varepsilon_1 = 7.5\times10^{-9}\left[\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right]}$

6. En la figura se muestra un arreglo de dos conductores muy largos que transportan corriente, el conductor (1), con I_1 = 90 [A], coincide con el eje “x” y el conductor (2), con I_2 = 80 [A], paralelo al eje “z”, que pasa por el punto A(0, 3, 0) [cm], determine:



a) El vector campo magnético total en el punto P (2, 3, 0) [cm], es decir $\vec{B}_P$.
b) La fuerza que actuaría sobre 4 [m] del conductor 2 si éste se coloca paralelo al conductor 1 de manera que pase por el punto A y que su corriente tenga el mismo sentido que la corriente I_1.

a) $\vec{B}_P = \vec{B}_{P1} + \vec{B}_{P2} = \dfrac{\mu_o I_1}{2\pi a_1}(-\hat{k}) + \dfrac{\mu_o I_2}{2\pi a_2}(\hat{j})$

$$\vec{B}_P = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\,\frac{Wb}{A\cdot m}\right)(90\,A)}{2\pi(0.03\,m)}(-\hat{k}) + \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\,\frac{Wb}{A\cdot m}\right)(80\,A)}{2\pi(0.02\,m)}(\hat{j})$$

$$\vec{B}_P = (-600\,\hat{k})\mu T + (800\,\hat{j})\mu T, \qquad \mathbf{\vec{B}_P = (800\,\hat{j} - 600\,\hat{k})\,[\mu T]}$$

b) $\vec{F}_2 = I_2\,\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_{21}$

$\vec{\ell}_2 = 4(-\hat{\imath})[m]$

$\vec{B}_{21} = \vec{B}_{P1} = (-600\,\hat{k})10^{-6}\,[T]$

$$\vec{F}_2 = (80\,[A])\left[-4\hat{\imath}[m] \times (-600\,\hat{k})[T]\right](10^{-6}), \qquad \mathbf{\vec{F}_2 = -0.192\,\hat{j}\,[N]}$$